рУДК 621.266

Вірник М.М.

(Вінницький національний технічний університет)

Солона О.В.

(Вінницький державний аграрний університет)

АЛГОРИТМИ КІНЕМАТИЧНОГО І СИЛОВОГО АНАЛІЗУ ВАЖІЛЬНИХ МЕХАНІЗМІВ З ГІДРОПРИВОДОМ

Рассмотрены алгоритмы кинематического и силового анализа рычажных механизмов с гидроприводом, используемых в частности в сельскохозяйственных машинах.

Cinematic and power algorithms of governor mechanisms with hydrodrivers used particularly in agricultural machines are examined.

Вступ

Механізми з гідроприводом широко застосовуються в різних галузях машинобудування, зокрема сільскогоспадарських машинах. Вивчення структури плоских механізмів з рухомим гідроциліндром показало, що вони можуть мати групи II, III, IV і більш високих класів [1]. Для механізмів, побудованих на базі груп вище II класу, виявляється складним вирішення задач про положення ланок, так як невідомі кути, визначаючі їх, входять в рівняння під знаком тригонометричної функції.

Основні положення

На рис.1 представлені три схеми механізмів,до складу яких входять структурні групи IV класу з рухомим гідроциліндром , які зустрічаються в екскаваторах і навантажувачах. Такі механізми мають п’ять рухомих ланок, і в’язі з стійкою і по одному контуру, утвореному рухомими ланками. При проведенні кінематичного аналізу ставиться задача визначення кінематичних параметрів, а саме: положення, швидкості та прискорення усіх ланок механізму, а також характерних точок (центрів мас, точок прикладення сил і інші). При цьому вважаються відомими геометричні розміри ланок, положення поршня в циліндрі l_{AB}, швидкості υ_{32} і прискорення a_{32} поршня в циліндрі.

Алгоритм 1

Розв’язок задачі про положення ланок механізму згідно рис.1,*а* (розрахункову схему див. рис.2,*а*, *б*) проводиться в наступній послідовності.

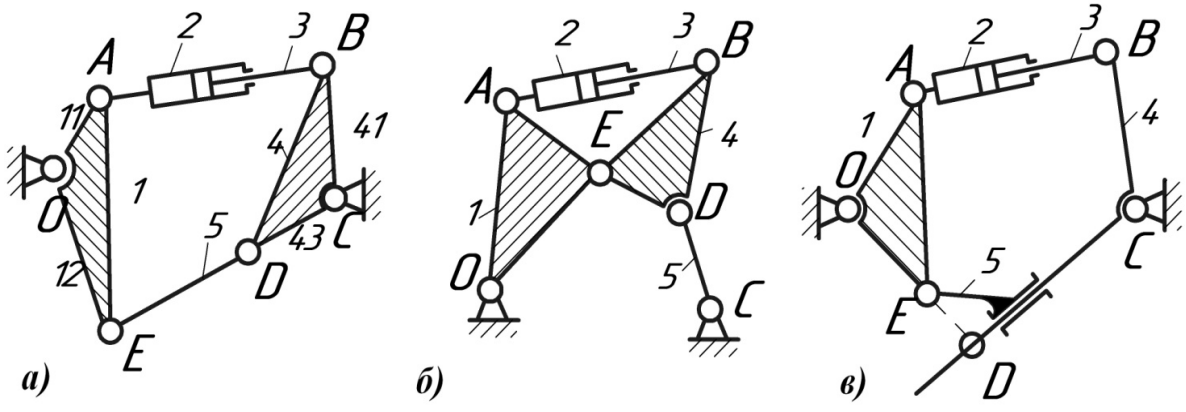

Рис.1. - Схеми механізмів з рухомим гідроциліндром

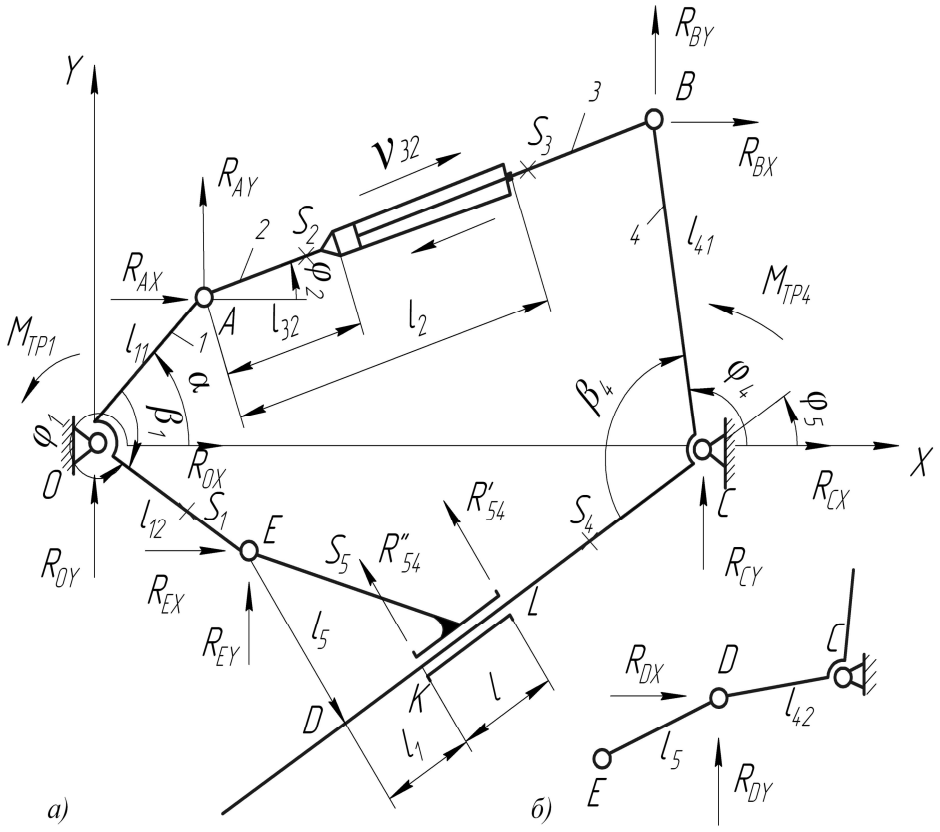

Рис.2- Розрахункові схеми механізму: а - з поступальною кінематичною парою (рис. 1,в); б – з обертовою кінематичною парою (рис. 1,а)

За попередньо вибраним наближеним значенням кута α визначаються координати точок A і E:

$$\begin{aligned} X_A &= X_0 + l_{11}\cos\alpha; \qquad Y_A = Y_0 + l_{11}\sin\alpha; \\ X_E &= X_0 + l_{12}\cos(\beta_1 - \alpha); \quad Y_E = Y_0 + l_{12}\sin(\beta_1 - \alpha). \end{aligned} \tag{1}$$

За відомими координатам точок E і C визначаються координати точок B і D [2]:

$$\begin{aligned} X_B &= X_C + l_{41}\cos\varphi_4; \qquad Y_B = Y_C + l_{41}\sin\varphi_4; \\ X_D &= X_E + \left[X_{D1}\left(X_C - X_E\right) - Y_{D1}\left(Y_C - Y_E\right)\right]/b; \\ Y_D &= Y_E + \left[X_{D1}\left(Y_C - Y_E\right) + Y_{D1}\left(X_C - X_E\right)\right]/b, \end{aligned} \tag{2}$$

де

$$X_{D1} = \left(t_5^2 - t_{42}^2 + b^2\right)/2b; \qquad Y_{D1} = z\sqrt{l_5^2 - X_{D1}^2};$$
$$b = \sqrt{\left(X_C - X_E\right)^2 + \left(Y_C - Y_E\right)^2};$$

а $z=\pm 1$ – ознака складання, визначається знаком напрямку найкоротшого повороту вектора DE до суміщення з вектором DC.

Складається рівняння відхилу:

$$f(a) = \sqrt{\left(X_A - X_B\right)^2 + \left(Y_A - Y_B\right)^2} - l_{AB} = 0. \tag{3}$$

Для його розв'язку може бути застосований метод половинного ділення [2], яке продовжується до тих пір, поки значення кута α не буде знайдене з заданою точністю δ.

Визначаються кути φ_2, φ_4,φ_5. Так кут φ_2, визначається по формулам:

$$\varphi_2 = \begin{cases} \dfrac{\pi}{2}\dfrac{Y_B - Y_A}{|Y_B - Y_A|} & ï ðè\ X_B - X_A = 0; \\ arctg\dfrac{Y_B - Y_A}{X_B - X_A} + \pi\left(1 - \dfrac{Y_B - Y_A}{|Y_B - Y_A|}\right) & ï ðè\ X_B - X_A > 0; \\ arctg\dfrac{Y_B - Y_A}{X_B - X_A} + \pi & ï ðè\ X_B - X_A < 0. \end{cases}$$

Кути φ_4 та φ_5 визначаються аналогічно.

Визначення кутових швидкостей і прискорень здійснюється в такій послідовності.

Складаються рівняння замкнутості контурів OABCO і OCDEO (вибрані напрямки векторів вказані на рис. 2, *а, б*):

$$\bar{l}_{11} + \bar{l}_{AB} - \bar{l}_{41} = \bar{l}_{OC}; \qquad \bar{l}_{12} + \bar{l}_{15} + \bar{l}_{42} = \bar{l}_{OC}.$$

Або в проекціях на вісі координат:

$$\begin{aligned} &l_{11}\cos\alpha + l_{AB}\cos\varphi_2 - l_{41}\cos\varphi_4 = l_{OC}; \\ &l_{11}\sin\alpha + l_{AB}\sin\varphi_2 - l_{41}\sin\varphi_4 = 0; \\ &l_{12}\cos\varphi_1 + l_5\cos\varphi_5 + l_{42}\cos\varphi_6 = l_{OC}; \\ &l_{12}\sin\varphi_1 + l_5\sin\varphi_5 + l_{42}\sin\varphi_6 = 0, \end{aligned} \tag{4}$$

при цьому

$$\varphi_1 = 2\pi + \beta_1 + \alpha; \qquad \varphi_6 = \varphi_4 - \beta_2 - \pi.$$

Однократне для визначення кутових швидкостей і двократне для визначення кутових прискорень диференціювання рівнянь системи (4) [3] дозволяє отримати систему лінійних алгебраїчних рівнянь. В матричній формі вони мають вигляд:

$$\mathrm{H}\cdot\Omega = N; \qquad \mathrm{H}\cdot E = Q, \tag{5}$$

де H – квадратна матриця рангу 4; Ω і E – вектори кутових швидкостей і прискорень; N і Q – матриці-стовбці вхідного впливу.

Рівняння виду (5) буде мати місце для любого механізму IV класу, а зміст вхідних в них виразів буде залежати від схеми механізму. Так для розглянутого механізму

$$\mathrm{H} = \begin{bmatrix} l_{11}\sin\alpha & l_{AB}\sin\varphi_2 & -l_{41}\sin\varphi_4 & 0 \\ l_{11}\cos\alpha & l_{AB}\cos\varphi_2 & -l_{41}\cos\varphi_4 & 0 \\ l_{12}\sin\varphi_1 & 0 & l_{42}\sin\varphi_6 & l_5\sin\varphi_5 \\ l_{12}\cos\varphi_1 & 0 & l_{42}\cos\varphi_6 & l_5\cos\varphi_6 \end{bmatrix};$$

$$\Omega^t = \left[\omega_1 \omega_2 \omega_4 \omega_5\right];$$
$$E^t = \left[\varepsilon_1 \varepsilon_2 \varepsilon_4 \varepsilon_5\right].$$

Вирази для N і Q будуть:

$$N^t = \left[\upsilon_{32}\cos\varphi_2 \quad -\upsilon_{32}\sin\varphi_2 \quad 0 \quad 0\right]$$

і

$$q_1 = a_{32}\cos\varphi_2 - 2\upsilon_{32}\sin\varphi_2 - h_{21}\omega_1^2 - h_{22}\omega_2^2 - h_{23}\omega_4^2;$$
$$q_2 = a_{32}\sin\varphi_2 - 2\upsilon_{32}\omega_2\cos\varphi_2 - h_{11}\omega_1^2 + h_{12}\omega_2^2 + h_{13}\omega_4^2;$$
$$q_3 = h_{41}\omega_1^2 - h_{43}\omega_2^2 - h_{44}\omega_5^2;$$
$$q_4 = h_{31}\omega_1^2 + h_{33}\omega_2^2 + h_{34}\omega_5^2.$$

Розв'язок рівнянь (5) дозволяє визначити основні кінематичні параметри всіх ланок.

Алгоритм кінематичного аналізу механізму, зображеного на рис. 1,б, залишається таким же. За заздалегідь вибраним кутовим положенням ланки визначаються координати точок механізму в наступній послідовності:A, E, D, B, а потім складається рівняння для відрізку AB. При визначенні кутових швидкостей і прискорень частина елементів матриць в рівняннях (5) матиме інші вирази, тоді як хід розв'язку задачі зберігається.

Для механізму, зображеног на рис. 1,*в* до розгляд слід ввести точку D, отриману проектуванням точки E на напрям руху повзуна (див. рис. 2,*а*). Вирази для визначення координат точки D при відомих координатах точок E і C можуть бути отримані за формулами:

$$X_D = X_D + \left[X_{D1}\left(X_E - X_C\right) - Y_{D1}\left(Y_E - Y_C\right)\right]/b;$$
$$Y_D = Y_E + \left[X_{D1}\left(Y_E - Y_C\right) + Y_{D1}\left(X_E - X_C\right)\right]/b,$$

де

$$X_{D1} = b - l_5^2/b; \qquad Y_{D1} = -l_5\sqrt{1-\left(l_5/b\right)^2};$$
$$b = \sqrt{\left(X_E - X_C\right)^2 + \left(Y_E - Y_C\right)^2}.$$

При визначенні швидкостей і прискорень ланок механізму в число невідомих (у вектори Ω і E) увійдуть швидкість і прискорення повзуна уздовж тієї, що направляє ланки 4. Вектори Ω і E матимуть вигляд:

$$\Omega^t = \left[\omega_1 \omega_2 \omega_4 \upsilon_{DC}\right];$$
$$E^t = \left[\varepsilon_1 \varepsilon_2 \varepsilon_4 a_{DC}\right].$$

Квадратна матриця H має вигляд:

$$\mathrm{H} = \begin{bmatrix} l_{11}\sin\alpha & l_{AB}\sin\varphi_2 & -l_{41}\sin\varphi_4 & 0 \\ l_{11}\cos\alpha & l_{AB}\cos\varphi_2 & -l_{41}\cos\varphi_4 & 0 \\ l_{12}\sin\varphi_1 & 0 & l_5\sin\varphi_5 + l_{DC}\sin\varphi_6 & -\cos\varphi_6 \\ l_{12}\cos\varphi_1 & 0 & l_5\cos\varphi_5 + l_{DC}\cos\varphi_6 & \sin\varphi_6 \end{bmatrix}.$$

Вираз для елементів вектора N не змінюється, а вираз для Q буде:

$$q_1 = a_{32}\cos\varphi_2 - 2v_{32}\omega_2\sin\varphi_2 - h_{21}\omega_{12} - h_{22}\omega_2^2 - h_{23}\omega_4^2;$$
$$q_2 = -a_{32}\sin\varphi_2 - 2v_{32}\omega_2\cos\varphi_2 + h_{11}\omega_1^2 + h_{12}\omega_2^2 + h_{13}\omega_4^2;$$
$$q_3 = -h_{41}\omega_1^2 - h_{43}\omega_4^2 - 2h_{44}v_{DC}\omega_4;$$
$$q_3 = h_{31}\omega_1^2 + h_{33}\omega_4^2 + 2h_{34}v_{DC}\omega_4.$$

Задачею силового аналізу механізму, що проводиться з позицій кінетостатики, є визначення реакцій у всіх кінематичних парах, а також потрібної рушійної сили гідроциліндра (врівноважуючої сили Ру). При цьому передбачаються заданими зосереджені технологічні сили або моменти сил, маси і моменти інерції ланок, а також сили сухого тертя. Слідуючи роботі [2], всі сили, що діють на ланки, перенесені в центри кинематичних пар і позначені P_{1x}, P_{1y} ... P_{5x}, P_{5y} - моменти, що виникають у зв'язку з цим перенесенням, складені з моментами інерції і моментами зовнішніх сил, що діють на ланки, і позначені відповідно до шарнірів, звязанимими з ланками, Мо, Мс, M_A, M_E.

Алгоритм 2

При проведенні силового аналізу механізмів IV класу не вдається розділити механізм на групи і проводити їх силовий аналіз порізно. Лише ланки 2 і 3, що включають гідроциліндр з поршнем, можуть на першому етапі розрахунку вважатися «замороженими». Задача визначення сил реакцій в кінематичних парах зводиться до рішення системи 12-ти алгебраїчних рівнянь. Для механізму за рис. 1,а у матричній формі вона буде

$$S \cdot R = L, \qquad (6)$$

де S - квадратна матриця 12-го порядку: R - вектор сил реакцій; L - матрица-стовпець вхідних дій.

Зміст матриць і вектора реакцій подано у виразі (7), де P_{XA}, P_{YA}, P_{XE}, P_{YE}, P_{XO}, P_{YO}, P_{XC}, P_{YC} - зовнішні сили, прикладені до ланок механізму в центрах шарнірів.

Алгоритм силового аналізу механізму по мал. 1,*б* зберігається таким же. При цьому лише змінюються елементи матриць рівняння (6). Для механізму за рис. 1,в в розгляд повинні бути введені реакції в поступальній парі R'_{54} і R''_{54} (див. рис. 2, *а*).В цьому випадку вектор сил реакцій в рівнянні (6) гідроциліндра, має вигляд:

$$R^t = \left[R_{OX} R_{OY} R_{AY} R_{EX} R_{EY} R_{CX} R_{CY} R_{EX} R_{BY} R_{AX} R'_{54}\, R''_{54} \right].$$

Для матриці S відмінність від матриці для схеми за рис. 1,*а* має місце для наступних елементів:

$$s(2;11) = (Y_L - Y_C)\sin\varphi_6 + (X_L - X_C)\cos\varphi_6;$$
$$s(2;12) = (Y_K - Y_C)\sin\varphi_6 + (X_C - X_K)\cos\varphi_6;$$
$$s(4;11) = (Y_E - Y_L)\sin\varphi_6 + (X_E - X_L)\cos\varphi_6;$$
$$s(4;12) = (Y_E - Y_K)\sin\varphi_6 + (X_E - X_K)\cos\varphi_6;$$
$$s(7;11) = s(7;12) = s(11;11) = s(11;12) = -\sin\varphi_6;$$
$$s(8;11) = s(8;12) = s(12;11) = s(12;12) = \cos\varphi_6.$$

Матриця L зберігає вигляд матриці-стовпця у виразі (7), за винятком елементу $l_4 = -M_E$.

Система рівнянь (6) може бути розв'язана або в повному вигляді, або з неї може бути

$$(F_{XA} + F_{2X} + F_{AX})\cos\varphi_2 + (F_{YA} + F_{2Y} + F_{AY})\sin\varphi_2 - F_Y + F_T = 0;$$
$$(F_{XA} + F_{2X} + F_{AX})\sin\varphi_2 + (F_{YA} + F_{2Y} + F_{AY})\cos\varphi_2 + R'_{32} + R''_{32} = 0;$$
$$M_{A1} + R''_{32} l_2 + R'_{32} l_{32} = 0,$$

виділена система восьми рівнянь, а визначення інших чотирьох невідомих проводиться послідовно.

Для визначення реакцій в поступальній парі гидроциліндр-поршень складаються три рівняння рівноваги однієї з ланок, що дають можливість визначити дві складові сил реакції R'_{32} $R''_{32'}$ і зрівноважуючу силу $F_{зр}$. Система рівнянь рівноваги, записана для гідроциліндра, має вигляд:

де M_{AI} — сума зовнішнього моменту, що діє на 2-у ланку, і моменту від

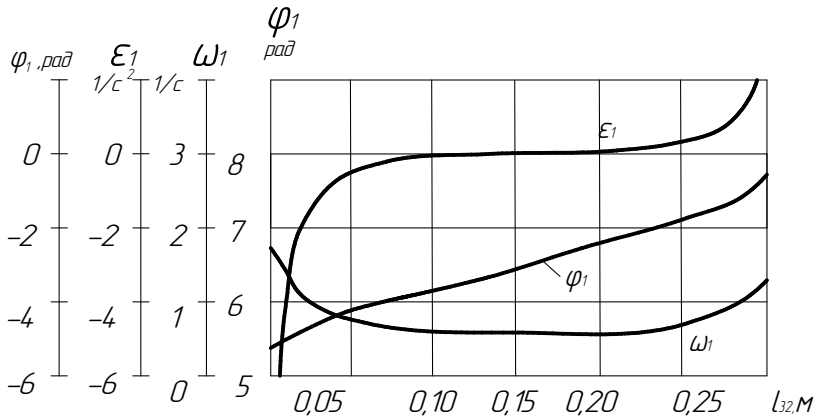

Рис. 3. - Кінематичні характеристики механізму відповідні рис. 1,в

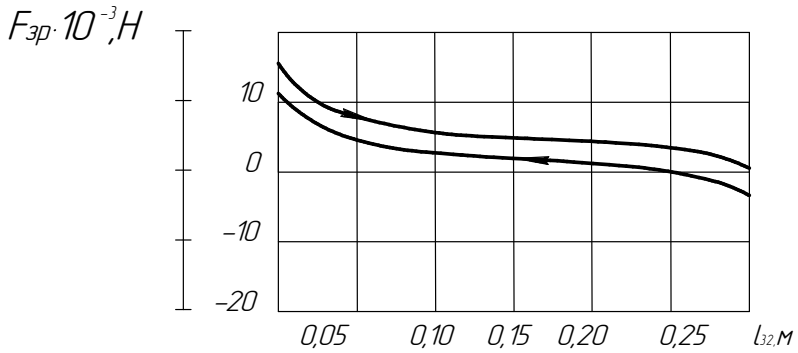

Рис.4. - Залежність зрівноважуючої сили в гідроциліндрі від положення для механізму згідно рис. 1,в

перенесення сил, прикладених до ланки 2. Для реалізації розглянутого алгоритму розроблено програму, яка дозволяє проводити кінематичний і силовий аналіз важільних механізмів з гідроприводом.

Висновки

1. Результати кінематичного розрахунку показують, що в середині робочого діапазону кутова швидкість повороту ланки 1 змінюється незначно, а з наближенням до крайніх положень — істотно. При цьому в кінці ходу механізму можливий удар. Відмінності в протіканні залежностей $F_{зр}(l_{32})$ для ходу поршня в одну і іншу сторону пояснюються наявністю сил і моментів сухого тертя.

2. Розглянуті алгоритми дозволяють провести кінематичний і силовий аналізи більш складніших механізмів з гідроприводом.

Література

1. Кіницький Я.Т. Теорія механізмів і машин. – К.: Наукова думка, 2002. – 659с.

2. Коган В.М., Андрєєв А.Ф. Алгоритмы кинематического и силового расчета двухповодковых и трехповодковых групп. – Вкн.: Алгоритмы проектирования схем механизмов/ Под.ред. Н.И. Левитского. – М.: Наука, 1976, с.102-125.

3. Озол О.Г. Основы конструирования и расчета механизмов. – Рига, Звангэне, 1979.-357с.