

Юрков В. Н.

Нежинський
агротехнічний
інститут
НУБіП України

УДК 539.3

**ПОВЕДЕНИЕ СЛОИСТЫХ
ОБОЛОЧЕЧНЫХ КОНСТРУКЦИЙ,
ОСЛАБЛЕННЫХ ТРЕЩИНАМИ,
В УСЛОВИЯХ СЛОЖНОГО
НАГРУЖЕНИЯ**

Стаття присвячена чисельному аналізу поведінці шарових оболонок з розрізами тріщинами. Проведено розрахунок оболонок з розрізами, які знаходяться під дією складних навантажень і граничних умов. Показана ефективність комплексних підходів.

The article is devoted to the numerical analysis to the conduct of the stratified shells with cuts by cracks. The calculation of shells with cuts, which are under the action of the difficult loadings and maximum terms, is conducted. Rotined efficiency of complex approaches.

В работах [1–7] проведен анализ оболочек с разрезами-трещинами при помощи комплексных подходов: вариационного нелинейно-энергетического подхода конечных

разностей (ВНЭПКР) и вариационного нелинейно-энергетического подхода вариации трещин (ВНЭПВТ). Эти подходы используют следующие формулы:

$$V = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m q_{ij} r_{ij}, \quad G = (V_{i+1} - V_i) / \Delta L,$$
$$K_I^2 = G_I / \left\{ \left(\frac{A_{11} A_{22}}{2} \right)^{1/2} \left[\left(\frac{A_{22}}{A_{11}} \right)^{1/2} + \frac{2A_{12} + A_{66}}{2A_{11}} \right]^{1/2} \right\}, \quad (1)$$

где V — потенциальная энергия оболочки с разрезом, вычисляется согласно теореме Клапейрона; q_{ij} — внешняя нагрузка, приложенная в узлах; r_{ij} — перемещения, действующие в узлах приложения нагрузки; n, m — узлы, при помощи которых аппроксимируется поверхность оболочки с трещиной. Основной трудностью в формуле(1) является определение перемещений r_{ij} . Для их вычисления применяется метод конечных элементов в варианте перемещений. Интенсивность освобождающейся энергии (G) вычисляется конечно-разностным оператором - в [7]. ΔL — приращение длины трещины. Коэффициент интенсивности напряжений (КИН) при нормальном отрыве определяется для ортотропного материала, согласно

приведенной зависимости, $A_{ij}(i=1, 2; j=6)$ — упругие характеристики материала [8].

Для иллюстрации решения сложных задач теории трещин комплексными подходами приведем численный расчет, изображенной на рис. 1 квадратной в плане изотропной четырехслойной незамкнутой круговой цилиндрической оболочки (панели) с разрезами-трещинами со сложными граничными условиями, находящейся под совместным действием осевых растягивающих и изгибающих нагрузок. Рассматриваются панели со следующими случаями расположения вдоль направляющей разреза-трещины: I — в центре, II — с боку, III — коллинеарно с обеих сторон.

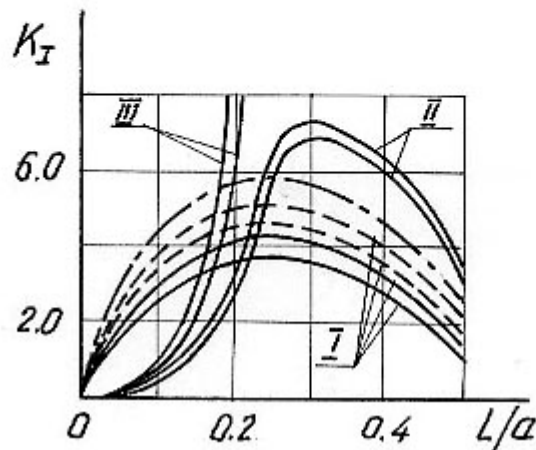
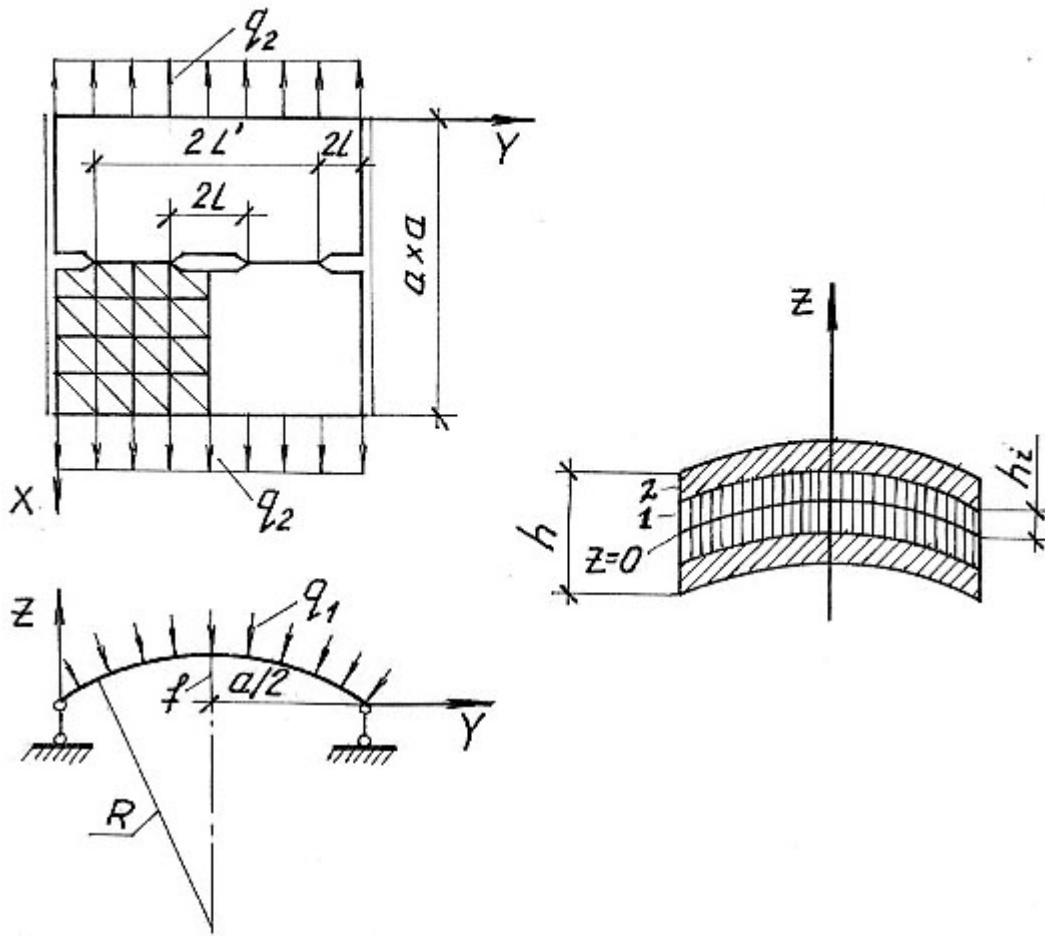
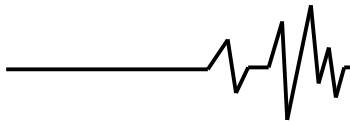


Рис. 1. Общий вид сложного нагружения панели и график, иллюстрирующий зависимость КИН от полудлины разреза

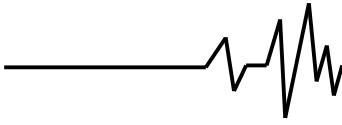
Панели имеют следующие граничные условия: стороны параллельные плоскости разреза-трещины свободны, а две другие стороны свободно оперты. На эти панели действуют равномерно распределенная по внешней поверхности поперечная нормальная нагрузка (q_n) и равномерно распределенная по свободным краям осевая растягивающая

нагрузка (q). Физико-геометрические параметры панелей следующие:

$$h = \sum_{k=1}^4 h_k = 0,01 \text{ м}, \quad h_k = 0,0025 \text{ м}, \quad R = 0,05 \text{ м},$$

$$a = 0,30 \text{ м}, \quad f = 0,0677 \text{ м}, \quad v_1 : v_2 = 2 : 3, \quad v_1 = 0,1,$$

$$V_{\text{прив.}} = 0,125, \quad E_1 : E_2 = 1 : 2, \quad E_1 = 1, \quad E_{\text{прив.}} = 1,5.$$



На рис. 1 изображены графики, показывающие изменение зависимости K_I от L/a . Значения коэффициентов K_I , по которым строились эти графики, определялись следующим образом: для первого и третьего случаев расположения разреза-трещины полуоси симметрии, а для второго случая — ось симметрии панели разбивалась на $n = 13$ узлов значения коэффициентов K_I подсчитывались на основании ВНЭПКР, а для $n = 25$ узлов — ВНЭПВТ. Относительная погрешность между соответствующими значениями графиков, полученных при различной разбивке, для всех случаев расположения разреза-трещины, не более 6 %.

На рис. 1 штриховой линией представлены графики, изображающие зависимость коэффициентов K_I от параметров L/a .

Значения этих графиков получены МКЭ, базирующегося на геометрически нелинейной теории типа Тимошенко пологих оболочек. Способ получения значений КИН по этой теории аналогичен предыдущему. Из анализа графиков, представленных на рис. 1, можно сделать вывод, что геометрическая нелинейность влияет на величину значений коэффициентов K_I .

На рис. 1 штрих-пунктирной линией показаны графики, показывающие изменение зависимости коэффициентов K_I от L/a для плоской пластины, подверженной комбинированному действию растяжения и изгиба. Значения КИН подсчитывались так же, как и для панелей на основании геометрически линейной теории пластин. Анализируя соответствующие графики для панелей и пластин, можно сказать, что кривизна существенно влияет на величину значений КИН, т.е. интенсивность распределений в пластине значительно выше, чем в оболочке [67].

Для трансверсально-изотропного материала. Рассмотрим точно такую же, как и в предыдущем пункте, цилиндрическую панель с теми же случаями расположения разреза-трещины и геометрическими параметрами, отличие состоит лишь в физико-механических характеристиках слоев, т.е. слои обладают либо трансверсально-изотропными, либо ортотропными свойствами материала.

На рис. 2 представлены графики, показывающие изменение зависимости коэффициентов K_I от параметра E/μ' . Эти графики получены при $h/L = 1$ для всех случаев расположения разреза-трещины. Способ разбивки оси симметрии панелей с разрезами-трещинами на узлы и комплексные подходы,

используемые для расчета коэффициентов K_I при каждой разбивке, т.е. при различной густоте сетки.

Относительная погрешность между соответствующими значениями графиков для каждого случая расположения разреза-трещины в рассматриваемой панели менее 6 %.

На рис. 2 штриховой линией показаны графики, построенные на основании геометрически нелинейной теории пологих оболочек. Анализ этих графиков показывает, что их значения несколько выше, чем значения коэффициентов K_I , полученные по линейной теории оболочек.

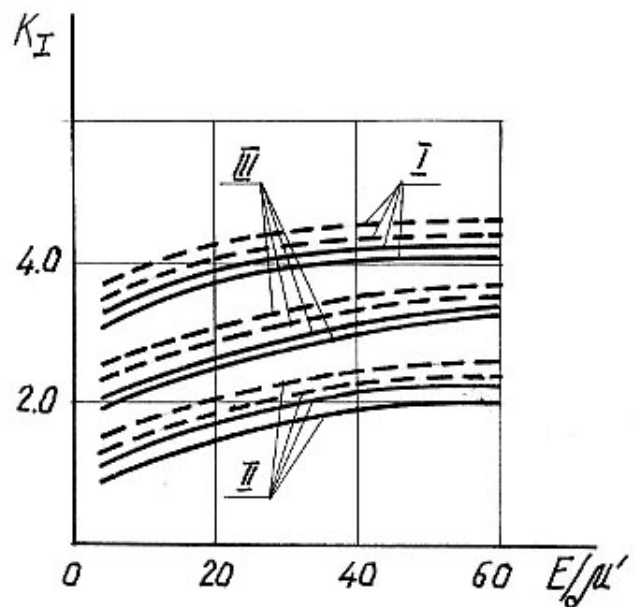
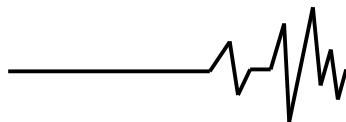


Рис. 2. Графики, показывающие влияние трансверсальности по толщине оболочки с разрезами на величину КИН

На основании линейной и нелинейной теорий пологих оболочек, которые положены в основу МКЭ, на котором базируются комплексные подходы, используемые для расчета КИН, представленные в виде графиков на рис. 2, можно сказать, что коэффициенты K_I существенно зависят от трансверсальности по толщине панели.

Для ортотропного материала. Рассмотрим расчет коэффициентов K_I для панели с первым случаем расположения разреза-трещины. Слои этой панели обладают свойствами ортотропного материала, физико-механические характеристики которого следующие: стеклопластик СВМ (1:5) на эпоксидной смоле ЭД-6 и на стеклошпоне толщиной $0,35-0,4 \cdot 10^{-3}$ м, для которого имеем



[8] $E_x^k = 3.05 \cdot 10^4$ МПа, $E_y^k = 1.88 \cdot 10^4$ МПа, $\nu_{xy}^{k_1} = 0.1$. Для рассматриваемой
 $\mu_{xy}^k = 0.49 \cdot 10^4$ МПа, $\mu_{yz}^k = 0.2 \cdot 10^4$ МПа, четырехслойной панели определим влияние
 $\mu_{xz}^k = 0.3 \cdot 10^4$ МПа, $\nu_{xy}^{k_1} : \nu_{xy}^{k_2} : \nu_{xy}^{k_3} = 1 : 2 : 3$, степени ортотропии E_x/E_y на величину значений
 КИН. Результаты расчета приведены в табл. 1.

Таблица 1

Теория	h/L	E _x /E _y					
		2,0	4,0	8,0	16,0	32,	60,0
Линейная	1	13 узлов					
		3,29 4	3,29 0	3,290	2,29 5	3,29 4	3,29 4
Нелинейная	1	25 узлов					
		3,49 2	3,49 0	3,491	3,49 1	3,49 0	3,49 2
Линейная	1	13 узлов					
		3,48 6	3,48 6	3,480	3,48 5	3,48 5	3,48 4
Нелинейная	1	25 узлов					
		3,68 4	3,68 4	3,680	3,68 0	3,68 8	3,68 6

Из анализа данных этой таблицы можно сказать, что степень ортотропии E_x/E_y не влияет на величину КИН. Причины, имеющие место относительной погрешности между соответствующими значениями отмечались в предыдущих пунктах.

Таким образом, в настоящей работе приведен численный анализ КИН для слоистых оболочек с разрезами-трещинами, находящихся под воздействием сложных нагрузок и со сложными граничными условиями. На основании этого анализа можно сказать, что комплексные подходы просты с математической точки зрения, обладают наименьшими ограничениями, высокой эффективностью и достаточной точностью. Эти преимущества над другими подходами очень важны при практических решениях задач механики трещин.

Литература

1. Юрков В.Н. Энергетический подход к решению задач неклассической теории неоднородных анизотропных оболочек, содержащих трещины-разрезы // Прикл. механика и техн. физика. - 1992. - №3. - С. 108–112.
 2. Юрков В.Н. Энергетический подход к решению нелинейных краевых задач

неклассической теории анизотропных слоистых оболочек с разрезами-трещинами // Прикл. механика и техн. физика. - 1994. - №3. - С. 131–135.

3. Цурпал И.А., Юрков В.Н. Численное решение задач адгезионного разрушения оболочек, содержащих трещины-разрезы // Науковий вісник Національного аграрного університету. - 2003. Вип. 60. - С. 334–339.

4. Цурпал И.А., Юрков В.Н. Исследование погрешностей комплексных подходов к расчету оболочек с разрезами-трещинами // Науковий вісник Національного аграрного університету. - 2005. - № 80, ч. 2. - С. 333–337.

5. Юрков В.Н. Дифференциальный принцип теории трещин // Вібрація в техніці та технологіях. - 2006. - №3 (45). - С. 93–97.

6. Цурпал И.А., Юрков В.Н. Механика деталей машин и конструкций в виде оболочек с разрезом-трещиной // Техніка АПК. - 2008. - №2. - С. 34–36.

7. Цурпал И.А., Юрков В.Н. Численный анализ КИН для сложных задач механики оболочечных деталей машин с трещинами // Техніка АПК. - 2008. - № 3–4. - С. 41–42.

8. Амбарцумян С.А. Общая теория анизотропных оболочек. М.: Наука. - 1974. - 448 с.