



Всеукраїнський науково-технічний журнал

Ukrainian Scientific & Technical Journal

ISSN 2306-8744

DOI: 10.37128/2306-8744-2023-3

Вібрації в техніці та технологіях



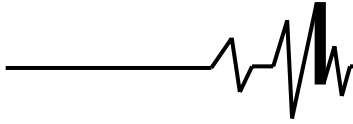
Всеукраїнський науково-технічний журнал

Ukrainian Scientific & Technical Journal

Вібрації в техніці та технологіях

№ 3 (110)

Вінниця 2023

**ВІБРАЦІЇ В
ТЕХНІЦІ ТА
ТЕХНОЛОГІЯХ**

Журнал науково-виробничого та навчального
спрямування Видавець: Вінницький національний
аграрний університет

Заснований у 1994 році під назвою “Вібрації в техніці та
технологіях”

Свідоцтво про державну реєстрацію засобів масової
інформації

КВ № 16643-5115 ПР від 30.04.2010 р.

Всеукраїнський науково-технічний журнал “Вібрації в техніці та технологіях” / Редколегія: Калетнік Г.М. (головний редактор) та інші. – Вінниця, 2023. – 3 (110) – 92 с.

Друкується за рішенням Вченої ради Вінницького національного аграрного університету (протокол № 7 від 02.12.2023 р.)

Періодичне видання включено до Переліку наукових фахових видань України з технічних наук (Категорія «Б» Наказ Міністерства освіти і науки України від 02.07.2020 р. № 886)

Головний редактор

Калетнік Г.М. – д.е.н., професор,
академік НААН України, Вінницький
національний аграрний університет

**Заступник головного
редактора**

Адамчук В.В. – д.т.н., професор, академік
НААН України, Інститут механіки та
автоматики агропромислового виробництва
НААН України

Відповідальний секретар

Солона О.В. – к.т.н., доцент, Вінницький
національний аграрний університет

Члени редакційної колегії

Булгаков В.М. – д.т.н., професор, академік
НААН України, Національний університет
біоресурсів і природокористування України

Дерезенько І. А. – к.т.н., доцент,
Національний університет «Львівська
політехніка»

Купчук І.М. – к.т.н., доцент, Вінницький
національний аграрний університет

Матвеев В.В. – д.ф.-м.н., професор,
академік НАН, Інститут проблем міцності
імені Г.С. Писаренка НАН України

Полєвода Ю.А. – к.т.н., доцент, Вінницький
національний аграрний університет

Твердохліб І.В. – к.т.н., доцент, Вінницький
національний аграрний університет

Токарчук О.А. – к.т.н., доцент, Вінницький
національний аграрний університет

Цуркан О.В. – д.т.н. професор, Вінницький
національний аграрний університет

Яропуд В.М. – к.т.н., доцент, Вінницький
національний аграрний університет

Зарубіжні члени редакційної колегії

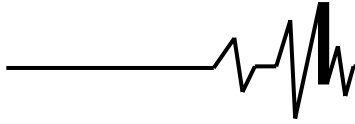
Максімов Джордан Тодоров – д.т.н., проф., Технічний Університет Габрово (Болгарія)

Технічний редактор **Зампій М.А.**

Адреса редакції: 21008, Вінниця, вул. Сонячна 3, Вінницький національний аграрний
університет, тел. 46 – 00– 03

Сайт журналу: <http://vibrojournal.vsau.org/>

Електронна адреса: vibration.vin@ukr.net

**З М І С Т****1. ТЕОРІЯ ПРОЦЕСІВ ТА МАШИН***Гриценко О. П., Степаненко С. П., Насонов В. А., Говоров О. Ф.***АНАЛІТИЧНЕ ВИЗНАЧЕННЯ ПАРАМЕТРІВ АСИМЕТРИЧНОЇ ДИСКОВОЇ БОРОНИ5***Солона О.В., Замрій М.А.***ЗАСТОСУВАННЯ ДИНАМІЧНОЇ СИНХРОНІЗАЦІЇ ПРИ АГРЕГАТУВАННІ
ВІБРОЗБУДЖУВАЧІВ АДАПТИВНОГО ВІБРАЦІЙНОГО МЛИНА14***Степаненко С. П., Котов Б. І., Волик Д. А., Замрій М. А.***МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ ПЕРЕМІЩЕННЯ ЗЕРНОВОГО МАТЕРІАЛУ НА
ПОВЕРХНІ БЕЗПРОВАЛЬНОГО РЕШЕТА ВІБРОПНЕВМОІМПУЛЬСНОГО СЕПАРАТОРА.22***Polievoda Y., Volynets Ye.***STUDY OF THE CHARACTERISTICS OF VIBRORHEOLOGICAL MODELS OF BULK RAW
MATERIALS IN THE WORKING AREA OF A VIBROCENTRIFUGAL MIXER.....35***Дубчак В.М., Манжос Е.О.***ВСТАНОВЛЕННЯ ОСНОВНИХ МЕХАНІЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК КЛАСИЧНИХ
ГЕОМЕТРИЧНИХ ЄМНОСТЕЙ З ОДНОРІДНИМИ НАПОВНЮВАЧАМИ.....44****2. МАШИНОБУДУВАННЯ ТА МАТЕРІАЛООБРОБКА***Яропуд В.М., Говоруха В.Б., Дацюк Д.А.***ВИПРОБУВАННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ РОБОТИ ДОЗАТОРА ВИСІВНОГО АПАРАТА
СЕЛЕКЦІЙНОЇ СІВАЛКИ ДРІБНОНАСІННЄВИХ КУЛЬТУР.....53***Trukhanska O.***ENSURING RELIABILITY AND RESOURCE CONSERVATION COULTERS DISCS OF GRAIN
SEEDERS.....61***Говоруха В.Б., Луц П.М., Кисельов О.В.***ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ПРОЦЕСУ ПРЕСУВАННЯ ПАЛИВНИХ БРИКЕТІВ З
РОСЛИННИХ МАТЕРІАЛІВ.....67***Поліщук Л.К., Слабкий А.В., Кудраш В.О., Ляховченко С.С.***АНАЛІЗ КОНСТРУКЦІЙ РЕКУПЕРАТИВНИХ АМОРТИЗАЦІЙНИХ СИСТЕМ.....75****3. ПЕРЕРОБНІ ТА ХАРЧОВІ ВИРОБНИЦТВА***Твердохліб І.В., Солона О.В., Полевода Ю.А., Холодюк О.В.***ТЕХНОЛОГІЯ ВИРОБНИЦТВА РОСЛИННОЇ БІЛКОВО-ВІТАМІННОЇ ПАСТИ.....85**

**Дубчак В. М.**

к.т.н., доцент

**Вінницький національний
аграрний університет****Манжос Е. О.**

к.пед.н., доцент

**Вінницький національний
медичний університет
імені М.І.Пирогова****Dubchak V.**

Ph.D., Associate Professor

**Vinnysia National Agrarian
University****Manzhos E.**Ph.D. (Pedagogy),
Associate Professor**Vinnysia National Pirogov
Memorial Medical
University****УДК 631.3:51****DOI: 10.37128/2306-8744-2023-3-5****ВСТАНОВЛЕННЯ ОСНОВНИХ
МЕХАНІЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК
КЛАСИЧНИХ ГЕОМЕТРИЧНИХ
ЄМНОСТЕЙ З ОДНОРІДНИМИ
НАПОВНЮВАЧАМИ**

Актуальним питанням багатьох галузей сучасної економіки є можливість різноманітних використань ємностей великих об'ємів різної геометрії виготовлення з метою зберігання, перевезення та використання різного роду технічних рідин, води, тощо. Найбільш поширена геометрія виготовлення таких ємностей – це резервуари циліндричної, напівсферичної, параболічної форми. В більшості випадків просторове розташування таких ємностей при їх безпосередньому використанні має вертикальну орієнтацію. Але як демонструє огляд і тенденції сучасних використань таких циліндричних споруд, то спостерігається тенденція щодо їх горизонтального чи комбінованого способів розташування при практичній експлуатації. Об'єм наповнювача в умовах постійного використання таких ємностей теж постійно змінюється, а отже відповідно змінюються основні енергетичні характеристики самих матеріалів-наповнювачів, до яких можемо віднести власне об'єм рідини, сукупності статичних моментів, як наслідок, координати центра ваги, моменти інерції відносно тих чи інших координатних осей, площин, тощо. Цікавим та актуальним може бути питання зміни певних геометричних характеристик при зміні розташування таких циліндричних ємностей з горизонтального на вертикальне чи навпаки. Значна кількість галузей економіки проявляють зацікавленість у пластикових горизонтальних ємностях при зберіганні води, і таке зрозуміло, тому що зручність використання і різноманітність виробів приваблюють все більшу кількість споживачів. Пластикові види циліндричної форми тари вже довгий час завоюють популярність у різноманітних галузях, завдяки своїм корисним можливостям. Інноваційні технології і матеріали дозволили створювати пластикові вироби різної форми, розміру та призначення, і це має безліч очевидних переваг. Використання саме пластикових матеріалів при виготовленні різноманітної тари дозволяє суттєво зменшити початкову вагу такого виробу у порівнянні з його металевими аналогами чи виробами із скла, а це означає, що при встановленні основних енергетичних характеристик вагою безпосередньо тари можливо знехтувати. Крім того, використання такого виду тари є зручним при її перевезеннях, установці, тощо.

Ключові слова: циліндричні, сферичні, конічні та параболічні ємності для зберігання рідин, статичні моменти, координати центра ваги, моменти інерції.



Постановка проблеми. Актуальним питанням при використанні ємностей з різною просторовою геометрією при їх наповненні тими або іншими рідинами є можливість встановлення їх основних механічних характеристик, таких як визначення геометричних координат центра ваги, статичних моментів, різного роду моментів інерції таких об'ємів з однорідного роду наповнювачами. Також практичний інтерес становить можливість встановлення висоти наповнення ємностей циліндричної геометрії виготовлення при зміні їх просторового розташування з вертикального положення в горизонтальне чи навпаки.

Аналіз останніх досліджень.

Незважаючи на достатньо важкі умови розвитку багатьох галузей економіки нинішнього сьогодення багато різних торгових компаній пропонують сучасному ринку достатньо велику палітру виробів у вигляді тари будь-якої геометричної форми, виготовленої переважно з полімерних матеріалів для зберігання чи перевезення різного роду рідин. При експлуатації, монтажу або транспортуванні такої продукції часто буває важливим знати і враховувати основні характеристики таких ємностей. Наприклад, в роботі [1] досліджувалось питання обчислення та співвідношення чисельних значень роботи по відкачуванні рідини з резервуару циліндричної геометрії у випадках, коли така ємність мала вертикальне чи горизонтальне просторове розташування. Вирішення питань оцінки та знаходження основних механічних характеристик (величини об'єму, статичних моментів, координат центра ваги, інерційних моментів) певних об'ємів, заповнених рідиною, обмежених відповідними просторовими поверхнями встановлюється в багатьох сучасних роботах, наприклад в [2-7]. В даних роботах по суті приведено теоретичні базові підходи можливості встановлення та обчислення приведених вище відповідних показників. Будь-яке остаточне знаходження таких характеристик неможливе без використання відповідного сучасного математичного апарату, основ інтегрального числення, приведеного в багатьох роботах, наприклад [8-9]. В роботі [10] пропонується за доцільне використання не тільки декартових просторових, але і криволінійних (циліндричних) координат з однією окремою відокремленою незалежною змінною. Практичне застосування таких криволінійних координат можливо виконувати в тому числі і тоді, коли така відокремлювана змінна є відсутньою. Це стосується, наприклад, питання обчислення відповідних потрібних інтегралів по об'єму, обмеженому сферою чи її частиною,

тут очевидна рівноправність всіх трьох незалежних змінних.

Постановка задачі. Однією з проблем, що вирішується в даній роботі, є питання встановлення аналітичної відповідності часткового наповнення рідиною циліндричної ємності, яка в одному із можливих випадків розташувань знаходиться у вертикальному положенні, тобто всі твірні циліндричної поверхні вертикальні, а інше положення даної циліндричної ємності з такими ж геометричними характеристиками радіуса кола основи та висотою(твірною) це можливе протилежне горизонтальне розташування такої посудини, коли твірні цієї фігури горизонтальні. Інша частина досліджень стосується перспектив встановлення основних геометричних механічних характеристик, таких як статичні моменти, координати центра ваги, моменти інерції відносно певних координатних осей та площин для об'ємної ємності у вигляді півкулі, конічної та параболічної тари.

Виклад основного матеріалу.

Горизонтальне розташування і комбіновані способи розташування циліндричних ємностей можуть мати кілька переваг і додаткових застосувань в порівнянні з вертикальним розташуванням. Основні переваги цих підходів:

1. Економія місця. Горизонтально розташовані резервуари можуть ефективно використовуватися в областях з обмеженим простором. Це може бути важливо для промислових підприємств, які потребують зберігання великих об'ємів рідин або інших речовин.

2. Зменшення тиску на стіни. Горизонтальні резервуари можуть розподіляти тиск рідини рівномірно по всій стінці, що може допомогти зменшити напругу на матеріалі ємності. Це може збільшити термін служби та надійність ємності.

3. Збереження тепла. Горизонтальні резервуари можуть бути більш ефективними в утриманні тепла, особливо у випадках, коли рідина має бути підтримувана при певній температурі. Це може заощадити енергію та знизити витрати на опалення або охолодження.

4. Зменшення втрати продукту. Горизонтальні резервуари можуть зменшувати втрати продукту через випадкові розливи, оскільки рідина розподіляється вздовж dna ємності, а не по вертикалі.

5. Легший доступ і обслуговування: Горизонтальні резервуари можуть бути більш доступними для обслуговування і очищення, оскільки робочий простір розташований на рівні землі, що дозволяє зручний доступ до всіх компонентів.

Питання зміни геометричних характеристик циліндричних ємностей при їх



зміні з горизонтального положення на вертикальне та навпаки є дуже актуальною і має практичне значення в багатьох галузях. При зміні положення циліндричної ємності з горизонтальної на вертикальну або навпаки, об'єм і вміст ємності залишаються незмінними, оскільки вони залежать лише від геометричних параметрів, таких як радіус і висота циліндра. Зміна положення може вплинути на стійкість ємності. Наприклад, вертикально розташована циліндрична ємність може бути менш стійкою до відшарування або перекидання порівняно з горизонтальною ємністю, особливо якщо вона не має додаткових стійкісних елементів або опори, а також вплинути на зручність доступу до вмісту ємності, наприклад, в вертикальному положенні може бути складніше видалити чи додати предмети, особливо якщо вміст не рівномірно розподілений.

Переваги пластикових циліндричних ємностей відчутні в обох положеннях. Горизонтальні ємності можуть бути більш стійкими при транспортуванні на плоских поверхнях, тоді як вертикальні можуть заощаджувати простір при зберіганні.

Пластикові циліндричні ємності мають широкий спектр застосувань у різних галузях, включаючи сільське господарство, промисловість, харчову промисловість, хімічну промисловість і багато інших. Зміна положення може бути обумовлена конкретними потребами і вимогами відповідної галузі.

Загалом, питання зміни положення циліндричних ємностей має багато практичних застосувань і може бути досліджене з точки зору інженерії, безпеки, зручності використання та інших аспектів. Це може також стати предметом досліджень і розробок для поліпшення дизайну і функціональності таких ємностей в різних галузях економіки.

У багатьох галузях, таких як нафтопереробка, хімічна промисловість, водопостачання та інші, горизонтальні та комбіновані резервуари можуть бути ефективними рішеннями з точки зору просторового розташування та функціональності. Проте вибір оптимального типу резервуара варто робити, враховуючи конкретні потреби, обмеження та вимоги галузі чи проекту.

Горизонтальні і комбіновані способи розташування циліндричних резервуарів і ємностей можуть мати декілька переваг і практичних застосувань у порівнянні з вертикальним розташуванням, в залежності від конкретного завдання і області використання. Ось деякі можливі причини і переваги, що спричиняють цю тенденцію:

1. Ефективність використання простору: горизонтально розташовані ємності можуть

бути більш ефективними використанням обмеженого простору. Вони можуть бути розміщені поблизу землі або у підземних приміщеннях, що дозволяє заощадити місце і використовувати його для інших цілей.

2. Зменшення втрати продукту: горизонтальні резервуари можуть бути корисними для зберігання рідини або продукту, якщо важливо зменшити втрату градієнта тиску. Вони можуть забезпечувати рівномірний розподіл тиску на всю довжину резервуару і зменшувати турбулентність.

3. Зменшення вимог до фундаменту: горизонтальні ємності можуть вимагати менше масивних фундаментів порівняно з вертикальними резервуарами, що може зменшити витрати на будівництво та обслуговування.

4. Можливість перевезення: горизонтальні резервуари можуть бути легше транспортованими та встановлюваними на різних місцях, що може бути важливим для деяких видів діяльності, таких як будівництво чи витягування нафти та газу.

5. Естетичний вигляд: для деяких додаткових використань, таких як об'ємні акваріуми або архітектурні споруди, горизонтальні резервуари можуть мати більш привабливий зовнішній вигляд.

Звісно, вибір між горизонтальним і вертикальним розташуванням залежить від конкретних потреб і вимог конкретного проекту. Прийняття рішення повинно враховувати фактори, такі як обсяг рідини, доступний простір, технічні вимоги та економічну доцільність. Вибір між горизонтальним і вертикальним розташуванням залежить від конкретних потреб і вимог конкретного проекту. На нашу думку, доцільним є розгляд деяких ключових факторів, які можуть на це впливати:

1. Обсяг рідини. Якщо вам потрібно зберігати або обробляти великі обсяги рідини, то вертикальний резервуар може бути більш практичним вибором, оскільки він може забезпечити більший об'єм зберігання на одній площі.

2. Доступний простір. Горизонтальні резервуари можуть бути корисними, якщо у вас обмежений горизонтальний простір, наприклад, на підземній або обмеженій території. Вертикальні резервуари можуть зекономити простір поперечного розташування.

3. Технічні вимоги. Деякі конкретні технічні вимоги проекту, такі як тиск, температура, агітація або потреба в підігріві чи охолодженні, можуть вплинути на вибір між вертикальним і горизонтальним розташуванням.

4. Економічна доцільність. Оцінка вартості будівництва, обслуговування та



експлуатації обох варіантів може бути вирішальним фактором. Важливо порівняти витрати і користь обох варіантів перед прийняттям рішення.

5. Потреба в антикорозійному захисті. Вертикальні резервуари можуть мати перевагу з точки зору антикорозійного захисту, оскільки їх основна поверхня спрямована вгору і менше піддається впливу наземних факторів.

Загалом, важливо провести докладний аналіз всіх цих факторів і врахувати їх в контексті конкретного проекту перед вибором між горизонтальним і вертикальним розташуванням резервуара.

Розглянемо питання довільного наповнення циліндричної ємності деякою однорідною рідиною. При цьому саме просторове розташування даної фігури може бути двояким, як це показано на рис.1 або рис.2, тобто вертикальне чи горизонтальне положення. В обох випадках сталими вважаємо геометричні параметри такої ємності: R – радіус кола основи такої фігури, H – його висота, h – висота рівня рідини при вертикальному розташуванні ємності, Y – висота рівня рідини при горизонтальному розташуванні даної ємності.

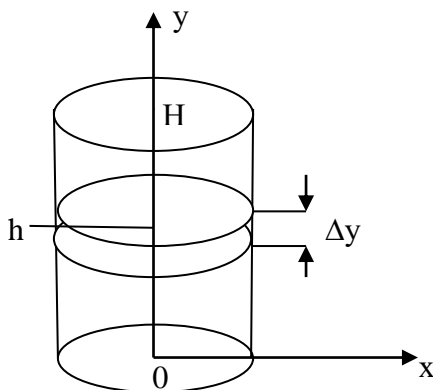


Рис.1. Наповнена однорідною рідиною циліндрична ємність з вертикальним розташуванням її висоти

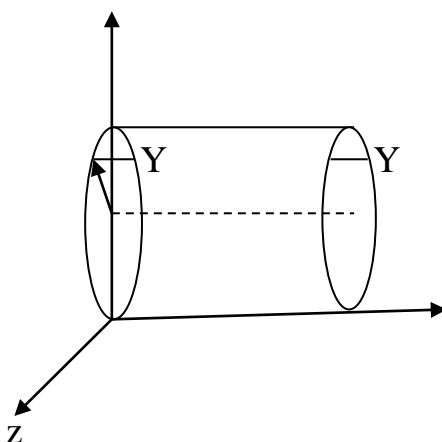


Рис. 2. Наповнена однорідною рідиною циліндрична ємність з горизонтальним розташуванням її висоти

Поставимо за мету дослідити і встановити аналітичну залежність між значеннями h та Y , де $0 \leq h \leq H$, $0 \leq Y \leq 2R$. Для цього спочатку встановимо об'єм безпосередньо рідини наповнення ємності на рис.1. Цей об'єм визначається як

$$V_1 = \pi R^2 h. \quad (1)$$

Для встановлення аналогічного об'єму V_2 кількості рідини горизонтального розташування циліндричної ємності (рис.2) спочатку на довільно взятій висоті y ($0 \leq y \leq Y \leq 2R$) встановимо величину елементарного об'єму рідини ΔV_2 :

$$\Delta V_2 = 2xH \Delta y, \quad (2)$$

тут x визначається з співвідношення $x^2 + (y - R)^2 = R^2$, звідки $x = \sqrt{R^2 - (y - R)^2}$, $y \in [0; 2R]$. Тому величина всього об'єму V_2 визначається наступним чином:

$$\begin{aligned} V_2 &= \int_0^Y 2H \sqrt{R^2 - (y - R)^2} dy = \left(\begin{array}{l} y - R = t \\ y = 0 \rightarrow t = -R \\ y = Y \rightarrow t = Y - R \end{array} \right) = \int_{-R}^{Y-R} 2H \sqrt{R^2 - t^2} dt = \\ &= 2H \left(\frac{t\sqrt{R^2 - t^2}}{2} \Big|_{-R}^{Y-R} + \frac{R^2}{2} \arcsin \frac{t}{R} \Big|_{-R}^{Y-R} \right) = \\ &= H \left((Y - R) \sqrt{R^2 - (Y - R)^2} + R^2 \arcsin \frac{Y - R}{R} + \frac{\pi R^2}{2} \right). \quad (3) \end{aligned}$$

Прирівнюючи об'єми V_1 та V_2 , можемо встановити шукану аналітичну залежність між величинами h та Y :

$$h = \frac{H}{\pi R^2} \left((Y - R) \sqrt{R^2 - (Y - R)^2} + R^2 \arcsin \frac{Y - R}{R} + \frac{\pi R^2}{2} \right). \quad (4)$$

Справедливість одержаного результату можемо встановити частковим випадком, який відповідає можливості повного наповнення ємностей рис.1 та рис.2, а саме:

якщо $Y = 2R$, тоді

$$\frac{H}{\pi R^2} \left((2R - R) \cdot 0 + R^2 \arcsin 1 + \frac{\pi R^2}{2} \right) = \frac{H}{\pi R^2} \left(\frac{\pi R^2}{2} + \frac{\pi R^2}{2} \right) = H.$$

Наступним питанням досліджень є встановлення числових механічних характеристик найбільш поширених об'ємів однорідних рідин, обмежених у просторі стандартними ємностями з класичною геометрією. Оскільки зроблено припущення про однорідність матеріалу-наповнювача, тому в подальшому будемо вести мову про геометричні характеристики за відсутності у відповідних формулах функції щільності конкретної рідини, тобто $\rho = const \equiv 1$.

В якості першої такої ємності розглянемо об'єм рідини, обмежений півкулею радіуса R (рис. 3).

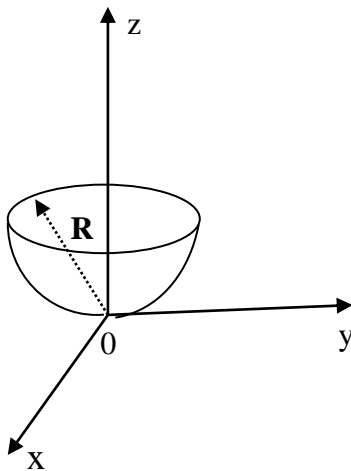


Рис. 3. Об'єм однорідної рідини, обмежений півкулею радіуса R

Маємо:

$$x^2 + y^2 + (z - R)^2 = R^2, z = R, 0 \leq z \leq R.$$

В циліндричних координатах це ж рівняння набуде вигляду:

$$r^2 + (z - R)^2 = R^2, \text{ або } r = \sqrt{R^2 - (z - R)^2}.$$

Об'єм однорідної рідини, затиснений поверхнею такої півкулі, визначається як

$$V = \iiint dV = \iiint r d\varphi dz dr = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^R dz \int_0^{\sqrt{R^2 - (z-R)^2}} r dr = \pi \int_0^R (R^2 - (z - R)^2) dz = \frac{2}{3} \pi R^3. \quad (5)$$

Статичний момент відносно осі Oz встановимо наступним чином:

$$M_z = \iiint z dV = \iiint r z d\varphi dz dr = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^R z dz \int_0^{\sqrt{R^2 - (z-R)^2}} r dr = \pi \int_0^R z (R^2 - (z - R)^2) dz = \pi \left(\frac{2}{3} R^4 - \frac{1}{4} R^4 \right) = \frac{5}{12} \pi R^4. \quad (6)$$

Тоді координата z центра мас об'єму такої однорідної рідини (рис.3) визначається як $\bar{z} = \frac{M_z}{V} = \frac{15}{24} R = \frac{5}{8} R$. При цьому, очевидно, $\bar{x} = \bar{y} = 0$.

Момент інерції J_z відносно координатної осі oz знаходимо за формулою:

$$J_z = \iiint (x^2 + y^2) dV = \iiint r \cdot r^2 d\varphi dz dr = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^R dz \int_0^{\sqrt{R^2 - (z-R)^2}} r^3 dr = \frac{\pi}{2} \int_0^R ((R^2 - (z - R)^2)^2 dz = \frac{\pi}{2} \int_0^R (2Rz - z^2)^2 dz = \frac{\pi R^5}{2} \left(\frac{4}{3} - 1 + \frac{1}{5} \right) = \frac{4}{15} \pi R^5 - 1 + \frac{1}{5} = \frac{4}{15} \pi R^5. \quad (7)$$

Момент інерції J_{xy} відносно координатної площини oxy знаходимо за формулою:

$$J_{xy} = \iiint z^2 dV = \iiint r \cdot z^2 d\varphi dz dr = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^R z^2 dz \int_0^{\sqrt{R^2 - (z-R)^2}} r dr = \pi \int_0^R z^2 ((R^2 - (z - R)^2) dz = \pi \int_0^R z^2 (2Rz - z^2) dz = \pi R^5 \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{5} \right) = \frac{3}{10} \pi R^5. \quad (8)$$

Ємності менш поширеного масштабу своїх використань - це конічні чи близькі ним посудини для зберігання чи перевезення однорідних рідин. Задамо рівняння деякої конічної обмеженої поверхні реального простору, що має вигляд:

$$z^2 = x^2 + y^2, z \geq 0, z = H,$$

тут H - висота ємності такого роду. Величину об'єму рідини, затисненого даною поверхнею, встановлюємо відповідним чином:

$$V = \iiint dV = \iiint r d\varphi dz dr = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^H dz \int_0^z r dr = \pi \int_0^H z^2 dz = \frac{1}{3} \pi H^3. \quad (9)$$

Статичний момент відносно осі oz може бути знайдений як

$$M_z = \iiint z dV = \iiint r z d\varphi dz dr = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^H z dz \int_0^z r dr = \pi \int_0^H z^3 dz = \frac{1}{4} \pi H^4. \quad (10)$$

Таким чином координата центра мас вдовж осі oz всього об'єму однорідного наповнювача - рідини визначається так:

$$\bar{z} = \frac{M_z}{V} = \frac{3}{4} H. \quad (11)$$

Знову таки, очевидно, що $\bar{x} = \bar{y} = 0$.



Нарешті, існує чимало резервуарів, обмежених параболічними чи близькими до таких просторовими поверхнями. Вигляд такої поверхні приведено на рис. 4. Рівняння поверхні кругового параболоїда задаємо у вигляді:

$$z = k(x^2 + y^2), k > 0, z = H. \quad (12)$$

Тут k – це деякий додатний параметр, який має відповідну розмірність для вирівнювання загальної розмірності правої та лівої частин останньої формули. Розмірність даного параметра встановлюється як (лін. од.)⁻¹.

В циліндричних координатах бічна поверхня кругового параболоїда визначається так: $r^2 = \frac{z}{k}$, і дана поверхня обмежується площиною $z = H$.

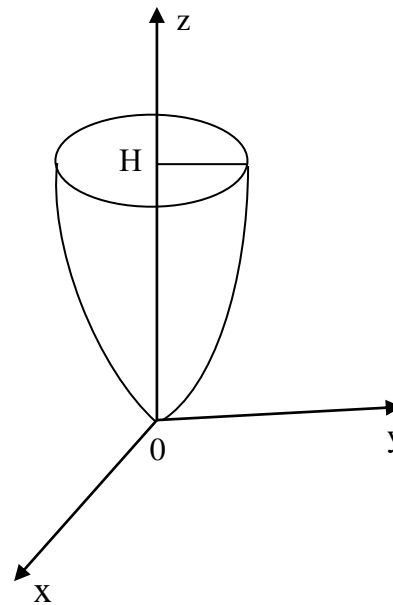


Рис. 4. Ємність висоти H , обмежена поверхнею кругового параболоїда

Щодо питання встановлення механічних характеристик об'єму рідини, обмеженого поверхнею кругового параболоїда, спочатку знайдемо величину об'єму рідини, затисненої даною поверхнею. Такий об'єм встановлюється через складання та обчислення відповідного потрібного інтеграла, подальше обчислення якого доцільно провести з використанням просторових циліндричних координат:

$$V = \iiint dV = \iiint r d\varphi dz dr = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^H dz \int_0^{\sqrt{\frac{z}{k}}} r dr = \pi \int_0^H \frac{z}{k} dz = \frac{\pi H^2}{2k}. \quad (13)$$

Статичний момент даного об'єму відносно осі oz визначається аналогічним чином:

$$M_z = \iiint z dV = \iiint r z d\varphi dz dr = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^H z dz \int_0^{\sqrt{\frac{z}{k}}} r dr = \pi \int_0^H z \cdot \frac{z}{k} dz = \frac{\pi H^3}{3k}. \quad (14)$$

Таким чином третя координата точки центра мас всередині об'єму, обмеженого поверхнею кругового параболоїда визначається як $\bar{z} = \frac{M_z}{V} = \frac{2}{3} H$, при цьому знову таки $\bar{x} = \bar{y} = 0$.

Момент інерції даного об'єму відносно осі oz встановлюється як

$$I_z = \iiint (x^2 + y^2) dV = \iiint r^2 d\varphi dz dr = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^H z dz \int_0^{\sqrt{\frac{z}{k}}} r^2 dr = \pi \int_0^H \frac{z^2}{2k^2} dz = \frac{\pi H^3}{6k^2}. \quad (15)$$

Момент інерції даного об'єму відносно координатної площини Oxy встановлюється наступним чином:

$$I_{xy} = \iiint z^2 dV = \iiint r z^2 d\varphi dz dr = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^H z^2 dz \int_0^{\sqrt{\frac{z}{k}}} r dr = \frac{\pi}{k} \int_0^H z^3 dz = \frac{\pi H^4}{4k}. \quad (16)$$

Висновки. В приведених дослідженнях встановлено вигляд аналітичної відповідності висот неповного наповнення циліндричної ємності, коли така ємність в одному з випадків розташована вертикально, а в іншому випадку -

горизонтально. Іншим результатом роботи є встановлення основних механічних характеристик, таких як статичні моменти, координати центра ваги, моменти інерції відносно заданих координатних осей та площин



об'ємної ємності у вигляді півкулі, а також конічної та параболічної тари.

Очевидно, що на практиці зустрічається достатньо багато ємностей, виконаних у вигляді прямого паралелепіпеда, але у даній роботі можемо тільки згадати і про таку геометрію виконання відповідних резервуарів, оскільки з точки зору встановлення такої основної механічної характеристики як точка центру ваги наповненої в таку тару рідини встановлюється тривіально як точка перетину великих діагоналей даного паралелепіпеда.

Також у висновках варто відмітити про потенційно можливу варіацію відповідної по висоті координати точки центру ваги кожної зі згаданих вище ємностей. Тобто при наповненні рідиною кожної такої ємності дана точка, логічно, підіймається догори, а при витоку рідини об'єм корисного наповнення зменшується і ця точка опускається вертикально. Даний факт необхідно обов'язково враховувати при гарантіях необхідної безпечної експлуатації кожної такої ємності, запобігати можливим випадкам перевертання таких судин. Наприклад, в Україні та багатьох інших країнах за останні 10-15 років набули популярності переносні басейни багатотонних об'ємів, виконані з різноманітних легких матеріалів, установка яких потребує фактично ідеальної горизонтальної установки днища такого басейну, і буває часто з невеликим часом під дією досить великої ваги такої конструкції при незначних просіданнях площадки такого басейну відбувається його перекидання з усіма негативними наслідками.

Список використаних джерел

1. Дубчак В. М., Пришляк В. М. Обчислення роботи в одній прикладній технічній задачі з різною геометрією розташування та порівняння отриманих результатів. *Техніка, енергетика, транспорт АПК*. 2022. № 2(117). С. 53-62. DOI: 10.37128/2520-6168-2022-2-6.
2. Дубчак В. М. Математичне моделювання наповнення об'ємних геометричних структур робочих органів бункерного типу матеріалами сферичної форми. *Вібрації в техніці та технологіях*. 2022. № 4 (107). С. 75-82. DOI: 10.37128/2306-8744-2022-4-9.
3. Павловський М.А. Теоретична механіка. Підручник. Видавництво «Техніка». Київ. 2002. 512 с.
4. Штанько П.К., Шевченко В.Г., Дзюба Л.Ф., Пасіка В.Р., Поляков О.М. Теоретична механіка. Навчальний посібник (за ред. Штанька П.К.). Запоріжжя. ЗНТУ. 2013. 376 с.
5. Classical Mechanics. Moment of inertia of a uniform hollow cylinder. Архівна копія від 7

лютого 2008 на Wayback Machine. LivePhysics.com.

6. Ferdinand P. Beer and E. Russell Johnston, Jr. Vector Mechanics for Engineers, fourth ed (англ.). McGraw-Hill Education, 1984. P. 911. ISBN 0-07-004389-2.

7. Eric W. Weisstein. Moment of Inertia. Ring. Wolfram Research. 2012.

8. Богдан О. М. Рибицька, О. З. Слюсарчук. Математичний аналіз. Навч. посібник для студ. Л. Нац. Ун-т. «Львів. Політехніка», 2002. 307 с.

9. Шкіль М.І. Математичний аналіз: Підручник: У 2 ч. Київ. Вища школа. 2005. 349 с.

10. Дубчак В.М., Новицька Л.І. Визначення об'ємних характеристик виконавчого органа технологічного обладнання методом використання криволінійних координат. *ВНАУ. Техн.науки*. Випуск 2(97).Том1. 2017. с.114-119.

References

1. Dubchak V. M., Pryshlyak V. M. Calculation of work in one applied technical problem with different location geometry and comparison of the obtained results. *Technology, energy, transport of agricultural industry*. 2022. No. 2(117). P. 53-62. DOI: 10.37128/2520-6168-2022-2-6.
2. V. M. Dubchak. Mathematical modeling of filling of volumetric geometric structures of bunker-type working bodies with spherical materials. *Vibrations in engineering and technology*. 2022. No. 4 (107). P. 75-82. DOI: 10.37128/2306-8744-2022-4-9.
3. Pavlovsky M.A. Theoretical mechanics. Textbook. "Technique" publishing house. Kyiv. 2002. 512 p.
4. Shtanko P.K., Shevchenko V.G., Dzyuba L.F., Pasika V.R., Polyakov O.M. Theoretical mechanics. Study guide (edited by P.K. Shtanko). Zaporizhzhia. ZNTU 2013. 376 p.
5. Classical Mechanics. Moment of inertia of a uniform hollow cylinder. Archived from the original on February 7, 2008 at the Wayback Machine. LivePhysics.com.
6. Ferdinand P. Beer and E. Russell Johnston, Jr. Vector Mechanics for Engineers, fourth ed (English). McGraw-Hill Education, 1984. P. 911. ISBN 0-07-004389-2.
7. Eric W. Weisstein. Moment of Inertia. Ring. Wolfram Research. 2012.
8. Bohdan O. M. Rybytska, O. Z. Slyusarchuk. Mathematical analysis. Education study guide L. National Univ. "Lviv. Polytechnic", 2002. 307 p.
9. School M.I. Mathematical analysis: Textbook: In 2 h. Kyiv. High school. 2005. 349 p.
10. Dubchak V.M., Novytska L.I. Determination of volumetric characteristics of the



executive body of technological equipment by the method of using curvilinear coordinates. VNAU. Technical sciences. Issue 2(97). Volume 1. 2017. pp. 114-119.

DETERMINATION OF THE MAIN MECHANICAL CHARACTERISTICS OF CLASSIC GEOMETRIC CONTAINERS WITH HOMOGENEOUS FILLERS

An urgent issue in many branches of the modern economy is the possibility of various uses of large-volume containers of various manufacturing geometries for the purpose of storage, transportation and use of various types of technical liquids, water, etc. The most common geometry for the manufacture of such containers is cylindrical, hemispherical, parabolic tanks. In most cases, the spatial arrangement of such containers during their direct use has a vertical orientation. But as the review and trends of modern uses of such cylindrical structures show, there is a trend towards their horizontal or combined location methods during practical operation. The volume of the filler in the conditions of constant use of such containers is also constantly changing, and therefore the main energy characteristics of the filler materials themselves change accordingly, to which we can attribute the actual volume of the liquid, the set of static moments, as a result, the coordinates of the center of gravity, moments of

inertia relative to certain coordinate axes, planes, etc. The issue of changing certain geometric characteristics when changing the location of such cylindrical containers from horizontal to vertical or vice versa can be interesting and relevant. A significant number of sectors of the economy show interest in plastic horizontal containers for water storage, and this is understandable, because the ease of use and variety of products attract an increasing number of consumers. Plastic types of cylindrical containers have been gaining popularity in various industries for a long time due to their useful features. Innovative technologies and materials have made it possible to create plastic products of various shapes, sizes and purposes, and this has many obvious advantages. The use of plastic materials in the manufacture of various containers allows to significantly reduce the initial weight of such a product in comparison with its metal counterparts or glass products, which means that when establishing the main energy characteristics, the weight of the container itself can be neglected. In addition, the use of this type of container is convenient for its transportation, installation, etc.

Key words: cylindrical, spherical, conical and parabolic containers for storing liquids, static moments, coordinates of the center of gravity, moments of inertia.

Відомості про авторів

Дубчак Віктор Миколайович – кандидат технічних наук, доцент кафедри математики, фізики та комп'ютерних технологій Вінницького національного аграрного університету (вул. Пирогова, 111/21, м. Вінниця, Україна, 21037, e-mail: viktor-dubchak58@ukr.net, <https://orcid.org/0000-0002-1436-3641>).

Манжос Ельвіра - кандидат педагогічних наук, доцент кафедри іноземних мов з курсом латинської мови та медичної термінології Вінницького національного медичного університету ім. М.І. Пирогова (вул. Космонавтів 66/135, м. Вінниця, Україна, 21027, e-mail: elviramanzhos@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0032-0287-3107>)

Dubchak Viktor – Ph.D., Associate Professor of the Department of Mathematics, Physics and Computer Technologies of Vinnitsa National Agrarian University (Pirogov St., 111/21, Vinnitsa, Ukraine, 21037, e-mail: viktor-dubchak58@ukr.net, <https://orcid.org/0000-0002-1436-3641>).

Manzhos Elvira, Ph.D. (Pedagogy), Associate Professor of Foreign Languages Department of National Pirogov Memorial Medical University, Vinnytsya (Kosmonavtiv St66/135., Vinnytsia, Ukraine, 21027, e-mail: elviramanzhos@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0032-0287-3107>).