

Всеукраїнський науково-технічний журнал

Ukrainian Scientific & Technical Journal

ISSN 2306-8744

DOI: 10.37128/2306-8744-2024-3

# Вібрації в техніці та технологіях



**Всеукраїнський науково-технічний журнал**

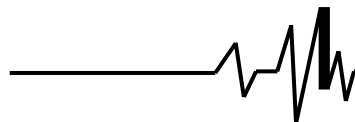
**Ukrainian Scientific & Technical Journal**

# **Вібрації в техніці та технологіях**

**№ 3 (114)**

**Вінниця 2024**



**ВІБРАЦІЇ В  
ТЕХНІЦІ ТА  
ТЕХНОЛОГІЯХ**

Журнал науково-виробничого та навчального  
спрямування Видавець: Вінницький національний  
аграрний університет

Заснований у 1994 році під назвою “Вібрації в техніці та  
технологіях”

Свідоцтво про державну реєстрацію засобів масової  
інформації

КВ № 16643-5115 ПР від 30.04.2010 р.

*Всеукраїнський науково-технічний журнал “Вібрації в техніці та технологіях” / Редколегія: Калетнік Г.М. (головний редактор) та інші. – Вінниця, 2024. – 3 (114) – 119 с.*

*Друкується за рішенням Вченої ради Вінницького національного аграрного університету (протокол № 6 від 24.12.2024 р.)*

*Періодичне видання включено до Переліку наукових фахових видань України з технічних наук (Категорія «Б» Наказ Міністерства освіти і науки України від 02.07.2020 р. № 886)*

*Згідно рішення Національної ради України з питань телебачення та радіомовлення від 25.04.2024 р. № 1337 науковому журналу «Вібрації в техніці та технологіях» присвоєно ідентифікатор медіа R30-05172.*

*- присвоєно ідентифікатор цифрового об'єкта (Digital Object Identifier – DOI);  
- індексується в CrossRef, Google Scholar;  
- індексується в міжнародній наукометричній базі Index Copernicus Value з 2018 року.*

**Головний редактор**

**Калетнік Г.М.** – д.е.н., професор,  
академік НААН України, Вінницький  
національний аграрний університет

**Заступник головного  
редактора**

**Адамчук В.В.** – д.т.н., професор, академік  
НААН України, Інститут механіки та  
автоматики агропромислового виробництва  
НААН України

**Відповідальний секретар**

**Солона О.В.** – к.т.н., доцент, Вінницький  
національний аграрний університет

**Члени редакційної колегії**

**Булгаков В.М.** – д.т.н., професор, академік  
НААН України, Національний університет  
біоресурсів і природокористування України

**Деревенько І. А.** – к.т.н., доцент,  
Національний університет «Львівська  
політехніка»

**Купчук І.М.** – к.т.н., доцент, Вінницький  
національний аграрний університет

**Матвеев В.В.** – д.ф.-м.н., професор,  
академік НАН, Інститут проблем міцності  
імені Г.С. Писаренка НАН України

**Полєвода Ю.А.** – к.т.н., доцент, Вінницький  
національний аграрний університет

**Твердохліб І.В.** – к.т.н., доцент, Вінницький  
національний аграрний університет

**Токарчук О.А.** – к.т.н., доцент, Вінницький  
національний аграрний університет

**Цуркан О.В.** – д.т.н. професор, Вінницький  
національний аграрний університет

**Яропуд В.М.** – к.т.н., доцент, Вінницький  
національний аграрний університет

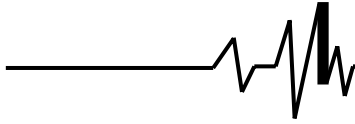
**Зарубіжні члени редакційної колегії**

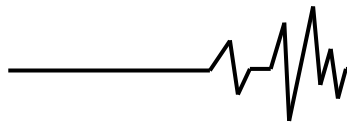
**Максімов Джордан Тодоров** – д.т.н., проф., Технічний Університет Габрово (Болгарія)

Технічний редактор **Замрій М.А.**

Адреса редакції: 21008, Вінниця, вул. Сонячна 3, Вінницький національний аграрний  
університет, тел. 46 – 00– 03

Сайт журналу: <http://vibrojournal.vsau.org/> Електронна адреса: [vibration.vin@ukr.net](mailto:vibration.vin@ukr.net)

**З М І С Т****I. ТЕОРІЯ ПРОЦЕСІВ ТА МАШИН***Цуркан О.В., Спірін А.В., Руткевич В.С., Дідик А.М.***ОЦІНКА ЕФЕКТИВНОСТІ ПРОЦЕСУ СУШІННЯ ВОЛОСЬКИХ ГОРІХІВ В КОНВЕКТИВНО-ВІБРАЦІЙНІЙ СУШАРЦІ .....5***Головач І.В., Солона О.В., Мартиненко В.В.***МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ РУХУ КОРЕНЕПЛОДУ БУРЯКА СТОЛОВОГО ПО СПІРАЛЯХ ВІБРАЦІЙНОГО ОЧИСНИКА.....13***Мельник В.М., Гнатейко Н.В., Бойко Г.В., Косова В.П.***МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ЕКСПЛУАТАЦІЙНОЇ НАДІЙНОСТІ НАВІГАЦІЙНИХ СИСТЕМ НАЗЕМНОГО БАЗУВАННЯ .....20***Slipchenko M., Polievoda Y., Zamrii M., Symonik B.***STUDY OF GRAIN FLOW IN A CYLINDRICAL VIBRATING SIEVE.....27***Возняк О.М., Ярошенко Л.В., Луц П.М., Тихоненко С.В.***АНАЛІТИЧНИЙ ОГЛЯД МЕТОДІВ ТА ЗАСОБІВ КЕРУВАННЯ ЕЛЕКТРОПРИВОДАМИ ЕЛЕКТРОМЕХАНІЧНИХ СИСТЕМ АПК .....34****II. МАШИНОБУДУВАННЯ ТА МАТЕРІАЛООБРОБКА***Михайлевич В.М., Колісник М.А., Штуць А.А.***ДОСЛІДЖЕННЯ ТЕХНОЛОГІЧНИХ ПРОЦЕСІВ ШТАМПУВАННЯ ДЕТАЛЕЙ ТИПУ ФЛАНЕЦЬ НА ОСНОВІ ЗАСТОСУВАННЯ СПОСОБІВ КОМБІНОВАНОГО ВИДАВЛЮВАННЯ.....46***Shargorodskiy S., Halanskyi V.***DEVELOPMENT THE MATHEMATICAL MODEL OF THE PROCESS OF STRIPED SOIL TREATMENT BY THE METHOD OF DISCRETE ELEMENTS.....58***Кондратюк Д.Г., Зозуляк І.А., Комаха В.П., Дмитренко В.П.***ВИТРАТИ ПОТУЖНОСТІ НА ПЛЮЩЕННЯ ТРАВИ ВАЛЬЦЬОВИМ ПЛЮЩИЛЬНИМ АПАРАТОМ .....66***Паладійчук Ю.Б., Стецюк П.М.***ОБГРУНТУВАННЯ ПАРАМЕТРІВ КУТА НАХИЛУ ГРАБЛИНИ ВІДНОСНО ВОРУШІННЯ І ЗГРІБАННЯ СІНА РОТАЦІЙНИМИ ГРАБЛИНАМИ.....74****III. ПЕРЕРОБНІ ТА ХАРЧОВІ ВИРОБНИЦТВА***Цуркан О.В., Спірін А.В., Присяжнюк Д.В., Дідик А.М.***МЕТОДИКА ВИМІРЮВАННЯ КОНЦЕНТРАЦІЇ ОЗОНУ ПРИ СУШІННІ ВОЛОСЬКИХ ГОРІХІВ У ВІБРАЦІЙНІЙ СУШАРЦІ .....83***Стаднік М.І., Бабин І.А., Луц П.М., Ріпа С.В.***АНАЛІЗ ТЕОРЕТИЧНИХ ДОСЛІДЖЕНЬ ПРИСТРОЇВ ДОЗУВАННЯ ТА ЗМІШУВАННЯ ЖИВИЛЬНИХ РОЗЧИНІВ.....90***Штуць А.А., Григоренко Н.В., Колісник М.А., Григоренко О.В.***АНАЛІЗ СУЧАСНИХ МЕТОДІВ ТРАНСПОРТУВАННЯ СІЛЬСЬКОГОСПОДАРСЬКОЇ ПРОДУКЦІЇ СПІРАЛЬНО-ГВИНТОВИМИ ТРАНСПОРТЕРАМИ.....97****IV. ДУМКА МОЛОДОГО ВЧЕНОГО***Лаверенюк П.П.***ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНІ ДОСЛІДЖЕННЯ ПРОЦЕСУ СУШІННЯ ВОЛОСЬКИХ ГОРІХІВ У КОНВЕКТИВНІЙ БУНКЕРНІЙ СУШАРЦІ.....111**

**Головач І. В.**

член-кор., д.т.н., професор

**Національний  
університет біоресурсів  
і природокористування  
України****Солоня О. В.**

к.т.н., доцент

**Вінницький національний  
аграрний університет****Мартинюк В. В.**

аспірант

**Національний  
університет біоресурсів  
і природокористування  
України****Holovach I.**Corresponding Member of the  
NAAS of Ukraine, Doctor of  
Technical Sciences, Professor**National University of Life  
and Environmental  
Sciences of Ukraine****Solonia O.**

Ph.D., Associate Professor

**Vinnitsia National Agrarian  
University****Martynyuk V.**

Ph.D. student

**National University of Life  
and Environmental  
Sciences of Ukraine****УДК 658.562.2:635.11:633.63****DOI: 10.37128/2306-8744-2024-3-2****МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ РУХУ  
КОРЕНЕПЛОДУ БУРЯКА  
СТОЛОВОГО ПО СПІРАЛЯХ  
ВІБРАЦІЙНОГО ОЧИСНИКА**

Актуальною проблемою в технологічному процесі виробництва столових буряків є очищення коренеплодів від налиплого ґрунту, вільних домішок і рослинних решток після їх викопування. Ефективність цього процесу значною мірою визначає якість кінцевого продукту, його придатність до тривалого зберігання та подальшої переробки. У сучасних технологіях очищення коренеплодів широко застосовуються механічні методи, серед яких особливе місце займають вібраційні та спіральні очисні системи. Втім, багато існуючих конструкцій мають низку недоліків, зокрема недостатню ефективність видалення домішок або підвищений ризик пошкодження коренеплодів.

У цій роботі представлено нову конструкцію спірального очисника вібраційної дії, розроблену з метою підвищення ефективності очищення коренеплодів столового буряка. Для аналізу та оптимізації роботи цієї конструкції побудовано математичну модель переміщення коренеплоду вздовж робочого русла очисника. Саме під час такого переміщення відбувається видалення налиплого ґрунту, вільних домішок і рослинних залишків.

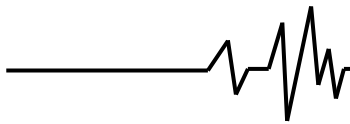
На основі розробленої еквівалентної схеми було складено систему диференціальних рівнянь, що описують динаміку руху коренеплоду по поверхні робочого русла. Чисельне розв'язання цієї системи на персональному комп'ютері дозволило дослідити вплив конструктивних (геометрія спіралей, їх крок, матеріал) та кінематичних (частота і амплітуда вібрацій) параметрів на швидкість переміщення коренеплодів і якість їх очищення. Аналіз отриманих результатів показав, що оптимізація параметрів очисника забезпечує рівномірність очищення, знижує ймовірність пошкодження коренеплодів і підвищує загальну продуктивність процесу.

Результати цього дослідження мають практичну цінність для подальшого вдосконалення конструкцій очисників та їх впровадження в промислові технології. Використання запропонованих технічних рішень сприятиме покращенню якості очищення коренеплодів столового буряка, підвищенню ефективності виробничих процесів і зниженню витрат на обслуговування обладнання.

**Ключові слова:** столові буряки, коренеплід, спіральний сепаратор, еквівалентна схема, диференціальні рівняння, математична модель, конструктивні та кінематичні параметри.

**Постановка проблеми.** Столовий буряк відіграє важливу роль у сільському господарстві та харчуванні людей по всьому світу. Завдяки своєму високому вмісту вітамінів, мінералів та

антиоксидантів він є цінним джерелом поживних речовин. Буряк також відомий своїми корисними властивостями для здоров'я серця, травлення та імунної системи. Його використання в кулінарії



різноманітне: від салатів та супів до соків та консервів. Крім того, буряк застосовується в харчовій промисловості для виробництва цукру та барвників. Важливим аспектом є також його здатність до тривалого зберігання, що робить його доступним цілий рік. У сільському господарстві буряк також використовується як корм для худоби, що доповнює його цінність у харчуванні людини та тварин.

На момент збирання столових буряків їх гичка знаходиться в полеглому вигляді. Тому технологією збирання є суцільний зріз гички і подальше викопування коренеплодів, що вимагає їх очищення від вільного та налиплого ґрунту, а також рослинних залишків.

**Аналіз останніх публікацій та досліджень.** Слід зазначити, що питанням очищення коренеплодів та бульб картоплі відразу після їх викопування із ґрунту присвячено цілу низку робіт [1-6]. Цей етап повинен забезпечувати високу якість збирання з мінімальними ушкодженнями коренеплодів, що дає можливість їхнього тривалого зберігання.

Найбільш відповідним очищувачем коренеплодів столового буряка від зазначених домішок може бути спіральний вібраційний очисник. Для цього можна використовувати як прототип спіральний сепаратор [7, 8]. Експериментальні дослідження показали, що цей спіральний вібраційний очисник забезпечує досить високий рівень очищення за мінімальних ушкоджень коренеплодів, що знаходяться в межах агротехнічних вимог. Проте, збирання столових буряків відбувається в умовах, відмінних від збирання картоплі. До того ж має відмінність та технологічний матеріал. Тому виникає необхідність зміни технічних та технологічних характеристик вищезгаданого сепаратора [9].

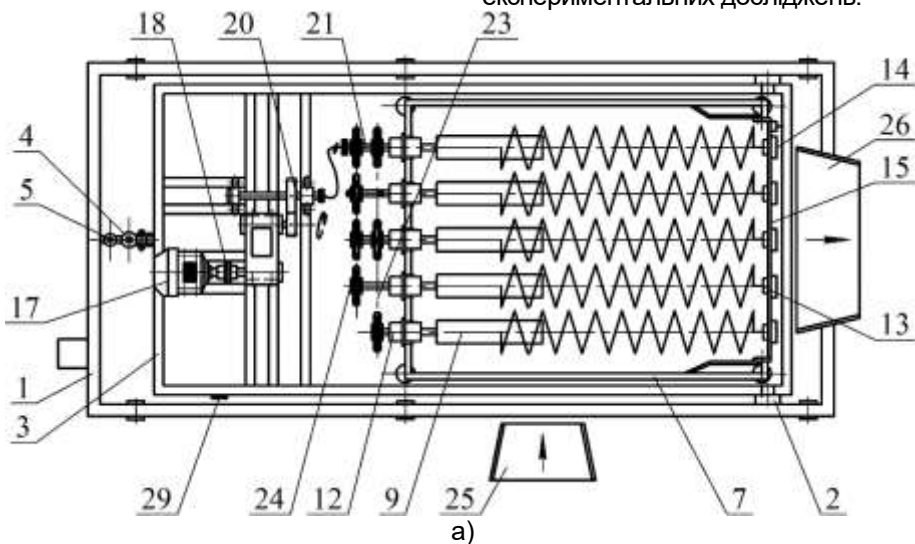
З цієї метою нами розроблена нова конструкція спірального вібраційного очисника коренеплодів столового буряка, який має суттєві переваги в порівнянні з сепараторами.

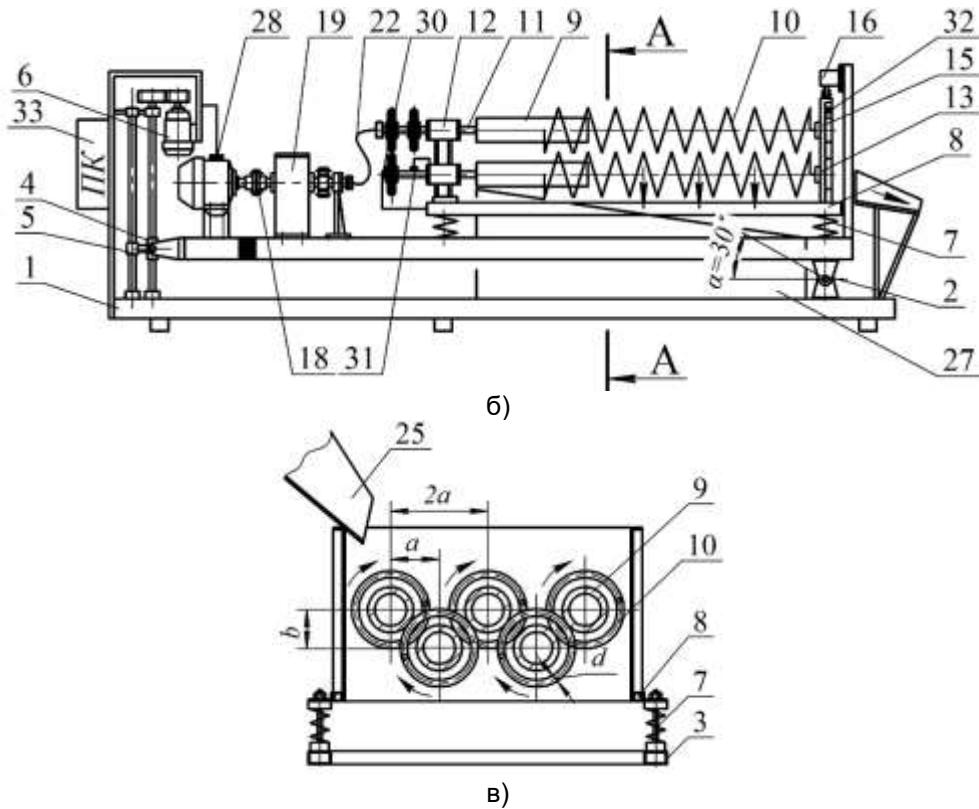
Однак, для визначення раціональних конструктивних та кінематичних параметрів запропонованої нами конструкції очисника необхідно провести низку теоретичних та експериментальних досліджень взаємодії коренеплодів столових буряків з робочими органами зазначеного очисника. Подібні дослідження спірального вібраційного очисника для очищення картоплі подано у роботах [10, 11]. З цієї метою складемо диференціальні рівняння руху коренеплоду столових буряків вздовж робочих органів (спіральних пружин) згаданого очисника. У зв'язку з цим слід зазначити, що найбільш поширеною формою коренеплоду столового буряка є кругла, тобто у вигляді кулі або трохи сплюсненого уздовж вертикальної осі еліпсоїда. Тому в математичній моделі розглянемо рух коренеплоду кулястої форми.

Розроблена математична модель дасть змогу провести чисельне моделювання з використанням ПК, тобто машинний експеримент, в результаті якого буде всебічно вивчено аналізований процес та теоретично визначено раціональні конструктивні та кінематичні параметри спірального вібраційного очисника з урахуванням неухкодження коренеплодів столових буряків у процесі їх очищення.

**Мета дослідження.** Визначення конструктивних та кінематичних параметрів удосконаленої конструкції спірального вібраційного очисника коренеплодів столових буряків, які забезпечують якісне очищення коренеплодів від ґрунтових домішок та рослинних залишків на підставі розробки математичної моделі переміщення коренеплоду по його робочій поверхні.

**Результати досліджень та їх обговорення.** Нами розроблений новий спіральний вібраційний очисник коренеплодів столового буряку від домішок. На рис. 1 представлено схему та загальний вигляд очисника у вигляді лабораторної установки для проведення експериментальних досліджень.





**Рис. 1. Спіральний вібраційний очисник коренеплодів столового буряку від домішок:**

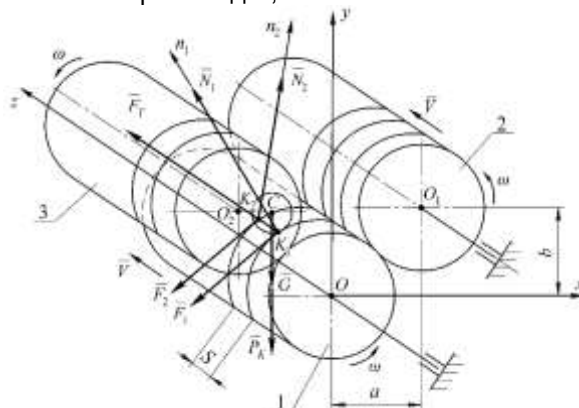
а – вигляд зверху; б – вигляд збоку; в – вигляд перерізу А-А:

- 1 – основна рама; 2 – шарнір; 3 – середня рама; 4 – гвинтова пара; 5 – напрямна;
- 6 – привід; 7 – пружні опори; 8 – рама; 9 – барабан; 10 – очисні спіралі; 11 – вал; 12 – корпус підшипників;
- 13 – кронштейн; 14 – підшипник ковзання; 15 – рухома стійка; 16 – вібратор; 17 – електродвигун; 18 – муфта; 19 – варіатор; 20 – циліндрична передача; 21 – привідний вал; 22 – гнучкий вал; 23, 24 – ланцюгова передача; 25 – завантажувальний лоток; 26 – розвантажувальний лоток; 27 – лоток для збирання ґрунтових домішок; 28-32 – датчики; 33 – пульт керування

Як видно зі схеми (рис. 1) очищення коренеплодів столового буряку відбувається усередині очисних русел, які утворені очисними спіралями 10. Вібратор 16 створює спіралям 10 відповідні коливальні рухи у поздовжньо-вертикальній площині.

Для побудови математичної моделі розглянемо одне із найімовірніших варіантів розташування коренеплоду у робочому руслі спірального вібраційного очисника. Це випадок,

коли коренеплід столових буряків розташований на нижній спіралі 1, причому його нижня частина знаходиться між двома сусідніми витками зазначеної спіралі, контактуючи таким чином з її поверхнею в двох точках  $K_1$  і  $K_2$  (рис. 2). Обертання спіралі 1 змушує коренеплід переміщатися у згаданому робочому руслі в поздовжньому осьовому напрямку до сходу з цієї спіралі.



**Рис. 2. Еквівалентна схема взаємодії коренеплоду столових буряків з витками очищувальних спіралей вібраційного очисника**



Точніше, витки спіралі 1 у точках контакту  $K_1$  і  $K_2$  з коренеплодом при обертанні спіралей будуть прослизати по його поверхні, залучаючи таким чином коренеплід, що розглядається, в поступальний рух уздовж робочого русла до сходу з цього русла на вільному кінці спіралі. При цьому очищення коренеплодів від вільного ґрунту та рослинних залишків здійснюватиметься за рахунок сепарування домішок через міжвитковий простір спіральних пружин завдяки поперечним коливанням консольних пружин у вертикальній площині. Однак основним рухом коренеплоду буде його поступальне переміщення вздовж поздовжніх осей спіралей, за рахунок чого здійснюватиметься транспортування вороху вздовж робочої поверхні очисника. Тому спочатку необхідно теоретично досліджувати процес переміщення коренеплоду вздовж поздовжньої осі спіралі.

Для складання диференціальних рівнянь руху коренеплоду вздовж поздовжньої осі спіралі необхідно розробити еквівалентну схему взаємодії з поверхнями витків спіралі в точках контакту  $K_1$  і  $K_2$  (рис. 2). Як показано на схемі, нижня частина коренеплоду знаходиться у западині між двома сусідніми витками спіралі 1. Причому перший виток у напрямку переміщення коренеплоду буде штовхаючим, а другий підтримуючим.

Як показано на еквівалентній схемі, у кожній точці контакту  $K_1$  і  $K_2$  діють нормальні реакції  $\bar{N}_1$  і  $\bar{N}_2$  відповідно.

Нормальні реакції  $\bar{N}_1$  і спрямовані за нормаллями до  $\bar{N}_2$  поверхні відповідних витків у точках контакту  $K_1$  і  $K_2$ . Напрямок дії нормальних реакцій формують витки спіралі, геометричні властивості яких описуються рівняннями гвинтової лінії зазначеної спіралі. Згадані рівняння гвинтової лінії спіралі є рівняннями зв'язку, які задають геометричні властивості траєкторії переміщення точок контакту  $K_1$  і  $K_2$  при їх переміщенні вздовж витків спіралі.

У центрі мас коренеплоду (точка С) прикладена його сила тяжіння  $\bar{G}$ , яка спрямована вертикально донизу.

$$\left. \begin{aligned} m \cdot \ddot{x} &= N_1 \cdot \cos(x, \wedge \bar{n}_1) + N_2 \cdot \cos(x, \wedge \bar{n}_2) - F_1 \cdot \cos(x, \wedge \bar{V}_1) - F_2 \cdot \cos(x, \wedge \bar{V}_2), \\ m \cdot \ddot{y} &= N_1 \cdot \cos(y, \wedge \bar{n}_1) + N_2 \cdot \cos(y, \wedge \bar{n}_2) - F_1 \cdot \cos(y, \wedge \bar{V}_1) - F_2 \cdot \cos(y, \wedge \bar{V}_2) - G - P_K, \\ m \cdot \ddot{z} &= N_1 \cdot \cos(z, \wedge \bar{n}_1) + N_2 \cdot \cos(z, \wedge \bar{n}_2) - F_1 \cdot \cos(z, \wedge \bar{V}_1) - F_2 \cdot \cos(z, \wedge \bar{V}_2) + F_T, \end{aligned} \right\} (2)$$

де  $\bar{n}_1$  і  $\bar{n}_2$  – нормалі до поверхні витків спіралі у точках контакту  $K_1$  та  $K_2$  відповідно;  $\bar{V}_1$  і  $\bar{V}_2$  – вектора швидкості відносно

Крім вже згаданих сил, на еквівалентній схемі показані сили тертя  $\bar{F}_1$  і  $\bar{F}_2$  прикладені у відповідних точках контакту  $K_1$  і  $K_2$ . Ці сили виникають при прослизанні витків спіралі 1 поверхнею коренеплоду. Вони спрямовані у бік обертання спіралі дотичних до поверхні витків у точках їх контакту з поверхнею коренеплоду.

Крім цього, для забезпечення руху коренеплоду в напрямку поздовжньої осі спіралі діє діє рушійна сила  $\bar{F}_T$ , прикладена в точці контакту  $K_1$ . Ця сила спрямована паралельно поздовжньої осі спіралі у бік переміщення коренеплоду робочому руслі.

На еквівалентній схемі також показана сила  $\bar{P}_K$  активної дії подається на спіральний очисник вороху з коренеплодами, яка призводить до вигину спіралей і, внаслідок свого змінного значення через зміну маси вороха, що подається, викликає поперечні коливання спіралей. Вона спрямована вертикально донизу.

Для складання диференціальних рівнянь руху коренеплоду столового буряка в робочому руслі виберемо і позначимо нерухому просторову декартову систему координат  $xOyz$ , початок якої (точка О) розташоване на поздовжній осі спіралі 1, вісь Oz збігається з поздовжньою віссю спіралі 1, вісь Oy спрямована вправо, перпендикулярно до площини  $Oyz$ , причому осі Ox і Oy розташовані в площині поперечного перерізу спіралі 1 (рис. 2).

Враховуючи схему сил, показану на еквівалентній схемі, з використанням основного закону динаміки матеріальної точки, запишемо рівняння руху коренеплоду столового буряка у векторній формі:

$$m \cdot \bar{a} = \bar{G} + \bar{N}_1 + \bar{N}_2 + \bar{F}_1 + \bar{F}_2 + \bar{F}_T + \bar{P}_K, (1)$$

де  $\bar{a}$  – прискорення руху коренеплоду столового буряка вздовж робочого русла під впливом зазначених схемою сил.

Запишемо векторне рівняння (1) у проєкціях на осі декартової системи координат  $xOyz$ :

переміщення коренеплоду столового буряка вздовж витків спіралі в точках контакту  $K_1$  і  $K_2$ , які спрямовані по дотичній до поверхні витка у бік, протилежну окружній швидкості витка у точках контакту  $K_1$  і  $K_2$  відповідно.





Визначимо далі напрямні косинуси кутів, що входять до системи диференціальних рівнянь (2).

Напрямні косинуси кутів між осями системи координат  $xOyz$  і напрямком нормалей до поверхні витків у точках контакту  $K_1$  і  $K_2$  визначаються згідно [12], які зручно представити в параметричному вигляді. Для

$$\cos(x, \hat{n}_1) = \cos(x, \hat{n}_2) = (L \cdot \sin \omega t + M \cdot \cos \omega t \cdot \sin 2 \omega t) \times \left( \sqrt{L^2 + (2ML + M^2) \cdot \sin^2 2 \omega t + Q^2 \cos^2 2 \omega t} \right)^{-1} \quad (3)$$

$$\cos(y, \hat{n}_1) = \cos(y, \hat{n}_2) = (L \cdot \cos \omega t + M \cdot \sin \omega t \cdot \sin 2 \omega t) \times \left( \sqrt{L^2 + (2ML + M^2) \cdot \sin^2 2 \omega t + Q^2 \cos^2 2 \omega t} \right)^{-1} \quad (4)$$

$$\cos(z, \hat{n}_1) = -\cos(z, \hat{n}_2) = Q \cos 2 \omega t \cdot \left( \sqrt{L^2 + (2ML + M^2) \cdot \sin^2 2 \omega t + Q^2 \cos^2 2 \omega t} \right)^{-1} \quad (5)$$

де

$$L = -\frac{S^2}{4\pi^2 R} \cdot \cos\left(\frac{S}{2\pi R}\right), \quad (6)$$

$$M = \frac{S^2}{4\pi^2 R} \cdot \cos\left(\frac{S}{2\pi R}\right) - \frac{S^3}{8\pi^3 R^2} \cdot \sin\left(\frac{S}{2\pi R}\right), \quad (7)$$

$$Q = \frac{S}{2\pi} \cdot \cos\left(\frac{S}{2\pi R}\right), \quad (8)$$

де  $R$  – радіус спіралі,  $S$  – крок гвинтової лінії,  $\omega$  – кутова швидкість спіралі.

Визначимо далі напрямні косинуси сил тертя.

Це зводиться до визначення косинусів кутів між векторами відносних швидкостей переміщення коренеплоду вздовж витків спіралей в точках контакту  $K_1$  і  $K_2$  і осями координат  $Ox$ ,  $Oy$  і  $Oz$ , тобто:  $\cos(x, \hat{V}_i)$ ,  $\cos(y, \hat{V}_i)$  і  $\cos(z, \hat{V}_i)$ , ( $i = 1, 2$ ).

При цьому слід врахувати, що вектори  $\hat{V}_1$  та  $\hat{V}_2$  колінеарні. Тому мають місце рівності:

цього використані параметричні рівняння гвинтової лінії [13].

В результаті отримуємо значення напрямних косинусів кутів між осями координат  $Ox$ ,  $Oy$  і  $Oz$  та нормальними реакціями витків спіралей у точках контактів  $K_1$  і  $K_2$  у параметричному вигляді:

$$\cos(x, \hat{V}_2) = \cos(x, \hat{V}_1), \quad \cos(y, \hat{V}_2) = \cos(y, \hat{V}_1), \quad \cos(z, \hat{V}_2) = \cos(z, \hat{V}_1). \quad (9)$$

Напрямні косинуси  $\cos(x, \hat{V}_i)$ ,  $\cos(y, \hat{V}_i)$  і  $\cos(z, \hat{V}_i)$ , ( $i = 1, 2$ ), в декартовій системі координат можна знайти згідно з [12] і подати їх у параметричному вигляді, використовуючи параметричні рівняння гвинтової лінії [13]. В результаті отримуємо:

$$\cos(x, \hat{V}_2) = \cos(x, \hat{V}_1) = \frac{2\pi R \cdot \sin \omega t}{\sqrt{4\pi^2 R^2 + S^2}}, \quad (10)$$

$$\cos(y, \hat{V}_2) = \cos(y, \hat{V}_1) = -\frac{2\pi R \cdot \cos \omega t}{\sqrt{4\pi^2 R^2 + S^2}}, \quad (11)$$

$$\cos(z, \hat{V}_2) = \cos(z, \hat{V}_1) = \frac{S}{\sqrt{4\pi^2 R^2 + S^2}}. \quad (12)$$

Підставляючи вирази (3) – (5) та (10) – (12) у систему диференціальних рівнянь (2), після низки перетворень отримуємо наступну систему диференціальних рівнянь у параметричному вигляді:

$$\left. \begin{aligned} m \cdot \ddot{x} &= (N_1 + N_2) \cdot (L \cdot \sin \omega t + M \cdot \cos \omega t \cdot \sin 2 \omega t) \times \\ &\times \left( \sqrt{L^2 + (2ML + M^2) \cdot \sin^2 2 \omega t + Q^2 \cos^2 2 \omega t} \right)^{-1} - (F_1 + F_2) \cdot \frac{2\pi R \cdot \sin \omega t}{\sqrt{4\pi^2 R^2 + S^2}}, \\ m \cdot \ddot{y} &= (N_1 + N_2) \cdot (L \cdot \cos \omega t + M \cdot \sin \omega t \cdot \sin 2 \omega t) \times \\ &\times \left( \sqrt{L^2 + (2ML + M^2) \cdot \sin^2 2 \omega t + Q^2 \cos^2 2 \omega t} \right)^{-1} + (F_1 + F_2) \cdot \frac{2\pi R \cdot \cos \omega t}{\sqrt{4\pi^2 R^2 + S^2}} - mg - P_K, \\ m \cdot \ddot{z} &= (N_1 - N_2) \cdot Q \cos 2 \omega t \times \\ &\times \left( \sqrt{L^2 + (2ML + M^2) \cdot \sin^2 2 \omega t + Q^2 \cos^2 2 \omega t} \right)^{-1} - (F_1 + F_2) \cdot \frac{S}{\sqrt{4\pi^2 R^2 + S^2}} + F_T. \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

Отже, система диференціальних рівнянь (13) є математичною моделлю руху коренеплоду столового буряка під дією витків спіралей, що обертаються, вздовж робочого русла, утвореного консольними спіральними пружинами, де відбувається очищення коренеплоду від ґрунтових домішок і рослинних залишків.

В результаті дворазового інтегрування системи (13) з урахуванням початкових умов можна отримати закони переміщення коренеплоду столових буряків вздовж робочого русла спірального вібраційного очисника, як функцій часу  $t$  і значень інших параметрів, які можна змінювати.

### Висновки:

1. Отримано систему диференціальних рівнянь руху коренеплоду столових буряків уздовж робочого русла спірального вібраційного очисника, яка є математичною моделлю даного технологічного процесу.

2. На підставі цієї математичної моделі можна розрахунковим способом за допомогою ПК визначати раціональні конструктивні параметри та кінематичні режими роботи зазначеного очисника.

3. В результаті розв'язання системи диференціальних рівнянь на ПК будуть отримані графічні залежності впливу кінематичних параметрів сепаратора на швидкість переміщення коренеплодів уздовж робочого русла.



## Список використаних джерел

1. Misener, G.C. & McLeod, C.D. Resource efficient approach to potato-stone-clod separation. *AMA, Agricultural Mechanization in Asia, Africa and Latin America*, 1989. Vol. 20(2), pp. 33–36.
2. Peters, R. Damage of potato tubers: A Review. *Potato Research*, 1997. Vol. 39, Spec. Issue, pp. 479–484.
3. Veerman, A. & Wustman, R. Present state and future prospects of potato storage technology. *Potato in Progress: Science Meets Practice, Book Chapter*, 2005, pp. 179–189.
4. Bishop, C., Rees, D., Cheema, M.U.A., Harper, G. & Stroud, G. Potatoes. *Crop PostHarvest: Science and Technology: Perishables. Book Chapter*, 2012, pp. 179–189.
5. Ichiki, H., Nguyen Van, N. & Yoshinaga, K. Stone-clod separation and its application to potato in Hokkaido. *Engineering in Agriculture Environment and Food*. 2013. Vol. 6(2), pp. 77–85.
6. Guo, W. & Campanella, O.H. A relaxation model based on the application of fractional calculus for describing the viscoelastic behavior of potato tubers. *Transactions of the ASABE*. 2017. Vol. 60(1), pp. 259–264.
7. Bulgakov, V., Nikolaenko, S., Adamchuk, V., Ruzhylo, Z. & Olt, J. Theory of retaining potato bodies during operation of spiral separator. *Agronomy Research*. 2018. Vol. 16(1), pp. 41–51. doi: 10.15159/AR.18.036
8. Bulgakov, V., Nikolaenko, S., Adamchuk, V., Ruzhylo, Z. & Olt, J. Theory of impact interaction between potato bodies and rebounding conveyor. *Agronomy Research*. 2018. Vol. 16(1), pp. 52–64. doi: 10.15159/AR.18.037.
9. Feller, R., Margolin, E., Hetzroni, A. & Galili, N. Impingement angle and product interference effects on clod separation. *Transactions of the American Society of Agricultural Engineers*. 1987. Vol. 30(2), pp. 357–360.
10. Bulgakov, V., Ivanovs, S., Adamchuk, V. & Ihnatiev, Y. Investigation of the parameters of the experimental spiral potato heap separator on the quality of work. *Agronomy Research*. 2017. Vol. 15(1), pp. 44–54.
11. Bulgakov, V., Nikolaenko, S., Adamchuk, V., Ruzhylo, Z. & Olt, J. Mathematical model of cleaning potatoes on surface of spiral separator. *Agronomy Research*. 2018. Vol. 16(4), pp. 1590–1606. doi: 10.15159/AR.18.173.
12. Василенко П.М. Вступ до землеробської механіки. Київ, Сільськогосподарська освіта. 1996. 252 с.
13. Булгаков В. М., Смолінський С. В. Синтез спіральних сепараторів картоплезбиральних машин. Київ: ЦП "КОМПРИНТ". 2017. 223с.

## References

1. Misener, G.C. & McLeod, C.D. (1989). Resource efficient approach to potato-stone-clod separation. *AMA, Agricultural Mechanization in Asia, Africa and Latin America*. 20(2), 33–36. [in English]
2. Peters, R. (1997). Damage of potato tubers: A Review. *Potato Research*. 39(Spec. Issue), 479–484. [in English]
3. Veerman, A. & Wustman, R. (2005). Present state and future prospects of potato storage technology. *Potato in Progress: Science Meets Practice, Book Chapter*, 179–189. [in English]
4. Bishop, C., Rees, D., Cheema, M.U.A., Harper, G. & Stroud, G. (2012). Potatoes. *Crop PostHarvest: Science and Technology: Perishables. Book Chapter*, 179–189. [in English]
5. Ichiki, H., Nguyen Van, N. & Yoshinaga, K. (2013). Stone-clod separation and its application to potato in Hokkaido. *Engineering in Agriculture Environment and Food*. 6(2), 77–85. [in English]
6. Guo, W. & Campanella, O.H. (2017). A relaxation model based on the application of fractional calculus for describing the viscoelastic behavior of potato tubers. *Transactions of the ASABE*. 60(1), 259–264. [in English]
7. Bulgakov, V., Nikolaenko, S., Adamchuk, V., Ruzhylo, Z. & Olt, J. (2018). Theory of retaining potato bodies during operation of spiral separator. *Agronomy Research*. 16(1), 41–51. doi: 10.15159/AR.18.036 [in English]
8. Bulgakov, V., Nikolaenko, S., Adamchuk, V., Ruzhylo, Z. & Olt, J. (2018). Theory of impact interaction between potato bodies and rebounding conveyor. *Agronomy Research*. 16(1), 52–64. doi: 10.15159/AR.18.037. [in English]
9. Feller, R., Margolin, E., Hetzroni, A. & Galili, N. (1987). Impingement angle and product interference effects on clod separation. *Transactions of the American Society of Agricultural Engineers*. 30(2), 357–360. [in English]
10. Bulgakov, V., Ivanovs, S., Adamchuk, V. & Ihnatiev, Y. (2017). Investigation of the parameters of the experimental spiral potato heap separator on the quality of work. *Agronomy Research*. 15(1), 44–54. [in English]
11. Bulgakov, V., Nikolaenko, S., Adamchuk, V., Ruzhylo, Z. & Olt, J. (2018). Mathematical model of cleaning potatoes on surface of spiral separator. *Agronomy Research*. 16(4), 1590–1606. doi: 10.15159/AR.18.173. [in English]
12. Vasilenko, P.M. (1996). Introduction to agricultural mechanics. Kiev, Agricultural Education, 252 pp. [in Ukrainian]
13. Bulgakov V. M., Smolinsky S. V. (2017). Synthesis of spiral separators of potato harvesting machines. Kyiv: CPU "COMPRINT". 223p. [in Ukrainian]



### MATHEMATICAL MODEL OF THE MOVEMENT OF TABLE BEET ROOT CROP ALONG THE SPIRALS OF A VIBRATING CLEANER

*A pressing issue in the technological process of table beet production is the cleaning of root crops from adhered soil, loose impurities, and plant residues after harvesting. The efficiency of this process significantly determines the quality of the final product, its suitability for long-term storage, and subsequent processing. Modern root crop cleaning technologies widely use mechanical methods, among which vibrational and spiral cleaning systems hold a special place. However, many existing designs have several shortcomings, such as insufficient impurity removal efficiency or an increased risk of root crop damage.*

*This study presents a new design of a vibrational spiral cleaner developed to enhance the efficiency of table beet root cleaning. A mathematical model of the root crop's movement along the working channel of the cleaner was constructed to analyze and optimize the operation of this design. It is during this movement that adhered soil, loose impurities, and plant residues are removed.*

*Based on the developed equivalent scheme, a system of differential equations describing the dynamics of the root crop's movement along the surface of the working channel was formulated. Numerical solutions of this system on a personal computer made it possible to study the influence of structural parameters (spiral geometry, pitch, and material) and kinematic parameters (vibration frequency and amplitude) on the speed of root crop movement and the cleaning quality. The analysis of the obtained results showed that optimizing the cleaner's parameters ensures uniform cleaning, reduces the likelihood of root crop damage, and increases the overall process efficiency.*

*The results of this research have practical significance for the further improvement of cleaner designs and their implementation in industrial technologies. The application of the proposed technical solutions will contribute to improving the cleaning quality of table beet root crops, enhancing production efficiency, and reducing equipment maintenance costs.*

**Key words:** table beets, root crop, spiral separator, equivalent circuit, differential equations, mathematical model, structural and kinematic parameters.

#### Відомості про авторів

**Головач Іван Володимирович** – член кореспондент НААН, д.т.н., професор, професор кафедри механіки Національного університету біоресурсів і природокористування України (вул. Героїв Оборони, 15, м. Київ, Україна, 03041; e-mail: holovach.iv@gmail.com).

**Солона Олена Василівна** – к.т.н., доцент, декан факультету технології виробництва, переробки та робототехніки у тваринництві Вінницького національного аграрного університету (вул. Сонячна, 3, м. Вінниця, Україна, 21008, e-mail: [solona\\_o\\_v@ukr.net](mailto:solona_o_v@ukr.net)).

**Мартинюк Володимир Володимирович** – аспірант Національного університету біоресурсів і природокористування України (вул. Героїв Оборони, 15, м. Київ, Україна, 03041).

**Holovach Ivan** – Corresponding Member of the National Academy of Sciences of Ukraine, Doctor of Technical Sciences, Professor, Professor of the Department of Mechanics of the National University of Bioresources and Nature Management of Ukraine (15 Heroiv Oborony St., Kyiv, Ukraine, 03041; e-mail: holovach.iv@gmail.com).

**Solona Olena** – Ph.D., Associate Professor, Dean of the Faculty of Production Technology, Processing and Robotics in Livestock Breeding of the Vinnytsia National Agrarian University (3, Sonyachna St., Vinnytsia, Ukraine, 21008, e-mail: [solona\\_o\\_v@ukr.net](mailto:solona_o_v@ukr.net)).

**Martyniuk Volodymyr** – PhD student of the National University of Bioresources and Nature Management of Ukraine (15, Heroiv Oborony St., Kyiv, Ukraine, 03041).