

Рахманов С. Р.

Национальная
металлургическая
академия
Украины

УДК 621.774.35 (535.5)

ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИКИ ПРОЦЕССА ПРОШИВКИ ТРУБНОЙ ЗАГОТОВКИ НА ПРОШИВНОМ СТАНЕ

На основе фундаментальной теории гидродинамической аналогии определена динамика энергосиловых параметров очага деформации и осевое сопротивление оправки потоку прошиваемого металла. Созданы необходимые предпосылки для оптимизации очага деформации и осевого сопротивления оправки потоку металла.

On the basis of fundamental theory of hydrodynamic analogy the dynamics of энергосиловых parameters of hearth of deformation and axial resistance of mounting the stream of the sewn metal is certain. Necessary pre-conditions are created for optimization of hearth of deformation and axial resistance of mounting the stream of metal.

Технологический процесс производства бесшовных труб на прошивном стане трубопрокатного агрегата (ТПА) предусматривает прошивку отверстий в предварительно нагретой сплошной цилиндрической трубной заготовке осесимметричной оправкой посредством рабочих валков. Оправка на оси прошивки удерживается стержнем, упорно-регулирующим механизмом и системой подвижных и неподвижных центрователей, содержащих опорные и выдающие ролики [1, 2].

Динамические особенности технологического процесса прошивки заготовки в вязкопластическом состоянии между валками и оправкой определенно напоминают гидродинамические явления. Следовательно, гидродинамические процессы течения металла в очаге деформации показывают заметное влияние динамических процессов. Для

количественной оценки этого влияния общепринятые методы теории обработки металлов давлением (ОМД) в ряде случаев не могут быть эффективно применены, что обуславливает необходимость изучения высокоскоростных процессов прошивки заготовок на прошивном стане ТПА с привлечением фундаментальных основ гидродинамики [3 – 6].

Вследствие несовершенства формы образующей рабочей поверхности оправки она подвергается интенсивному износу в процессе прошивки потоком прошиваемого горячего металла (рис. 2). Это, в свою очередь, приводит к существенному увеличению осевого сопротивления оправки, изменению прямолинейного устойчивого положения стержня оправки на оси прокатки и, как следствие, к ухудшению качества прокатываемых труб (гильз).

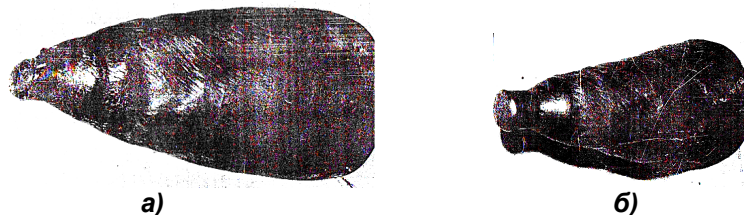
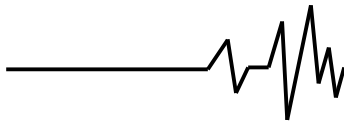


Рис. 2. Характерная картина износа оправок прошивных станов:
а) оправка ТПА 350; б) оправка ТПА 140



Актуальность вопроса заключается в изучении динамики потока прошиваемого металла в контактной с технологическими инструментами области. Обусловленный силой трения контактный слой, со всеми вытекающими «последствиями», оказывает существенное влияние на схему напряжённо-деформированного состояния в очаге деформации. Особенно это актуально при получении гильз с «тонкой» стенкой, когда размеры слоя деформаций по своим абсолютным размерам сопоставимы с размерами стенки получаемой гильзы. В работе [3] отмечено, что наличие данного слоя является одной из причин повышенного уровня прочностных и пластических свойств «тонкостенной» гильзы.

Физически динамические условия взаимодействия прошиваемого металла и технологических инструментов в процессе прошивки могут быть описаны с помощью метода гидродинамических аналогий, поскольку течение металла в этом случае может быть аналогично течению вязкой среды (вязко – пластичного тела) в ограниченном пространстве очага деформации [4, 5]. Если процесс деформирования трубной заготовки реализуется в стационарных условиях, то, по всей видимости, с учетом сказанного, пластическое течение металла можно достаточно корректно описать с помощью соответствующих уравнений течения вязкой среды.

Обоснованность данного подхода, с некоторыми частностями применительно к другим процессам пластической деформации представлена в работе А.А. Ильюшина [6], где даётся определение вязко - пластичной среды с позиции механики сплошной среды, а также рассматриваются дифференциальные уравнения течения вязко – пластичной среды.

Для реологии принятой вязкой среды и анализа потока течения металла в очаге деформации может быть принята, например, модель течения пластичного потока металла (среды) Бингама через канал определённой (например, круглой) формы.

Известно, что за счёт трения вязко - пластического тела в очаге деформации на поверхности инструмента образуется некоторый характерный пограничный слой. Предположение о существовании пластичного пограничного слоя было выдвинуто в работах Prager W [7] и Oldroyd J.G. [8], где представлены некоторые первоначальные исследования пластичного пограничного слоя с

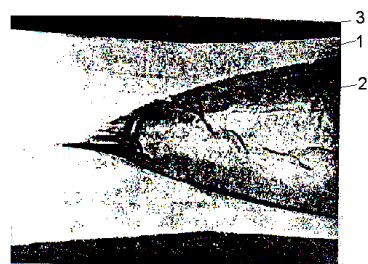
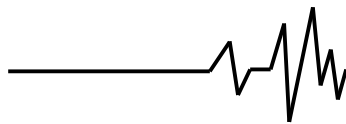
использованием модели среды Бингама. Обоснованность использования дифференциальных уравнений течения вязко – пластического тела показана в работе [9], где исследован пластичный пограничный слой, развивающийся при установившемся прямолинейном течении жёсткого линейно – упрочняющегося материала вблизи шероховатой стенки.

Решение дифференциального уравнения движения потока пластичной среды Бингама приведено в работах [9] и [10], что справедливо для некоторых частных случаев (канала круглого сечения и трубы прямоугольного сечения). В каждом из случаев схематично показаны эпюры распределения скорости движения вязко-пластичного тела.

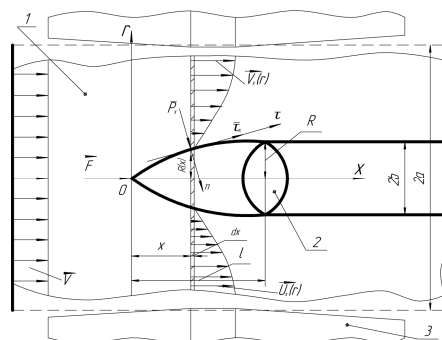
Как показано в работе [4, 11] от трения, давления и механических свойств материала зависят параметры пограничного слоя. Из приведенных данных видно, что в поверхностном слое характер течения вязко – пластического тела определяется напряжениями сдвига, вызванными силами трения. Макропоток прошиваемого металла в поверхностном слое очага деформации аналогичен известному пограничному слою.

Следовательно, с учетом вышеприведенного, очаг деформации прошивного стана и процесс прошивки трубных заготовок в полые гильзы можно моделировать на основе гидродинамической аналогии. Обтекающий поток прошиваемого металла следует рассматривать как вязкопластическую среду, воздействующую на оправку осесимметричной формы и заданных геометрических размеров, размещенную в ограниченном объеме очага деформации, (рис. 2) [1, 2].

При этом круглая трубная заготовка (металл), в рамках принятой гидродинамической модели, в процессе прошивки рассматривается как условно вязкая несжимаемая рабочая среда. Для квазистационарного течения металла геометрия очага деформации прошивного стана, с некоторыми допущениями, представляется в виде круглого, условно закрытого калибра, образованного рабочими валками и линейками. Учитывая, что существующая калибровка валков и линеек выполнена с малым углом конусности на соответствующих участках в пределах $\leq 3^\circ$, можно, сделав определенные допущения, сечение очага деформации прошивного стана принять осесимметричным.



а)



б)

Рис. 3. Мгновенный очаг деформации в процессе прошивки а) и расчетная схема гидродинамической модели процесса прошивки трубной заготовки на прошивном стане б)

В рамках принятой реологии очага деформации и постановки задачи гидродинамической аналогии процесса прошивки воспользуемся известными уравнениями Навье – Стокса в цилиндрической системе координат, согласно [3, 5, 10].

Принимая ряд допущений об осесимметричности модели для гидродинамической аналогии процесса прошивки, после отбрасывания конвективных членов, дифференциальные уравнения Навье–Стокса, согласно [6, 10] можно записать в виде

$$\frac{\partial p}{\partial r} = \mu \left(\nabla^2 v_r - \frac{v_r}{r^2} \right), \quad (1)$$

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \mu (\nabla^2 v_x), \quad (2)$$

где $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial x^2}$ (3) – оператор

Лапласа; μ – коэффициент "вязкости" среды (металла); p – давление металла в очаге деформации; v_r, v_x – соответственно радиальная и осевая составляющая скорости движения металла (рабочей среды) в очаге деформации.

Коэффициент "вязкости" среды в данной постановке задачи определяется графическим дифференцированием известных механических характеристик напряженно-деформированного состояния прошиваемого металла по методике [12].

Уравнение неразрывности при течении потока прошиваемого металла в очаге деформации, в осесимметричной постановке рассматриваемой задачи гидродинамической модели процесса прошивки, записывается в форме

$$\frac{\partial(rv_r)}{\partial r} + \frac{\partial(rv_x)}{\partial x} = 0. \quad (4)$$

В дифференциальных уравнениях (1), (2) и уравнении неразрывности (4) следует учесть, что осевая составляющая скорости движения металла намного превышает радиальную составляющую $v_r \ll v_x$, следовательно,

можно принимать $v_r = 0$; $\frac{\partial(v_r)}{\partial x} = 0$. Если

оправку прошивного стана в обтекающем потоке прошиваемого металла считать относительно «тонкой» ($R/l \ll 1$), то можно предположить, что $v_x = U(x, r)$ и

$$\frac{\partial(U(x, r))}{\partial x} \ll \frac{\partial(U(x, r))}{\partial r}. \quad \text{Тогда}$$

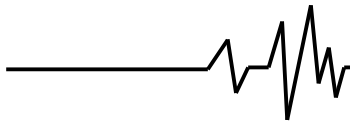
дифференциальные уравнения (1) и (2), в рамках предложенной гидродинамической аналогии задачи процесса прошивки, запишутся в виде преобразований Пуазейля, согласно [8, 9, 10] в виде

$$\frac{\partial p}{\partial r} = 0; \quad \frac{\partial p}{\partial x} = \mu \left(\frac{\partial U}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial U}{\partial r} \right), \quad (5)$$

где $U(x, r)$ – осевая составляющая скорости течения металла в очаге деформации.

Для удобства решения задачи гидродинамической аналогии процесса прошивки, уравнение (5) представим в безразмерной форме

$$\frac{\partial \bar{p}}{\partial x} = \frac{\partial \bar{U}}{\partial \bar{r}^2} + \frac{1}{\bar{r}} \frac{\partial \bar{U}}{\partial \bar{r}}, \quad (6)$$



где $\bar{r} = r/a$; $\bar{x} = x/a$; $\bar{p} = \frac{pa}{\mu v}$; $\bar{U} = \frac{U}{v}$ –

соответствующие безразмерные параметры очага деформации в процессе прошивки и дифференциального уравнения (6); v – постоянная осевая составляющая скорости металла перед носком оправки; a – радиус выбранного осесимметричного калибра прошивного стана.

Интегрируя дифференциальное уравнение (6), согласно [5, 6], получаем

$$\bar{U}(\bar{x}, \bar{r}) = \frac{1}{4} \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{x}} \bar{r}^2 + c_1(\bar{x}) + c_2(\bar{x}) \ln \bar{r}. \quad (7)$$

Воспользуемся соответствующими граничными условиями в очаге деформации в виде условий взаимодействия металла с оправкой и движения металла совместно с рабочими валками в процессе прошивки:

$$\bar{U}|_{\bar{r}=1} = 1; \quad \bar{U}|_{\bar{r}=\bar{R}(\bar{x})} = 0, \quad (8)$$

где $\bar{R}(\bar{x})$ – уравнение поверхности оправки.

Из уравнения (7), с учетом граничных условий для процесса прошивки (8), соответственно определяем постоянные интегрирования задачи $c_1(\bar{x})$ и $c_2(\bar{x})$

где $f_1[\bar{R}(\bar{x})] = 2\bar{R}(\bar{x}) - 1$,

$$f_2[\bar{R}(\bar{x})] = \frac{1 - \bar{R}^4(\bar{x})}{8} - \frac{1 - \bar{R}(\bar{x})}{2} - \frac{[1 - \bar{R}^3(\bar{x}) - \frac{1}{\ln \bar{R}(\bar{x})}]}{4\bar{R}(\bar{x}) \ln \bar{R}(\bar{x})} \left[0,5 + \bar{R}^2(\bar{x}) (\ln \bar{R}(\bar{x}) - 0,5) \right].$$

Интегрируя дифференциальное уравнение (8), с учетом граничных условий задачи $\bar{p}|_{\bar{x}=1} = 0$, в предположении реализации устойчивого технологического процесса прошивки, запишем интегральное уравнение для определения безразмерного давления в рассматриваемом сечении \bar{x} очага деформации

$$\bar{p}(\bar{x}) = - \int_{\bar{x}}^1 \frac{f_1[\bar{R}(\bar{x})]}{\bar{x} f_2[\bar{R}(\bar{x})]} d\bar{x}. \quad (12)$$

Опираясь на ранее принятые условия квазистационарности течения металла в очаге деформации прошивного стана, касательное напряжение в рамках гидродинамической модели с учетом условия обтекания оправки потоком горячего металла (рабочей среды)

$$c_1(\bar{x}) = 1 - \frac{1}{4} \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{x}};$$

$$c_2(\bar{x}) = \frac{1}{4 \ln \bar{R}(\bar{x})} \left[1 - \bar{R}^2(\bar{x}) \right] - \frac{1}{\ln \bar{R}(\bar{x})}. \quad (9)$$

Для определения градиента давления воспользуемся уравнениями неразрывности потока металла в форме постоянства расхода рабочей среды через кольцевой калибр, образованный валками и линейками в очаге деформации прошивного стана. Тогда, учитывая условия квазистационарности течения металла в процессе прошивки, для рассматриваемого калибра очага деформации уравнение неразрывности потока металла можно записать в следующей безразмерной форме

$$\int_1^{\bar{R}(\bar{x})} 2 \bar{U} \bar{r} d\bar{r} = 1. \quad (10)$$

Интегрируя выражение с учетом скорости течения в канале очага деформации (7) и произведя соответствующие преобразования, находим градиент давления потока металла в виде

$$\frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{x}} = \frac{f_1[\bar{R}(\bar{x})]}{f_2[\bar{R}(\bar{x})]}, \quad (11)$$

определяем из закона вязких трений (закона Ньютона), согласно [6, 10].

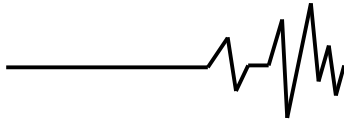
$$\tau(r, x) = \mu \frac{\partial U(r, x)}{\partial r} \Big|_{r=R(x)}. \quad (13)$$

Отметим, что при определенных граничных условиях взаимодействия оправки с обтекающим потоком горячего металла (вязкой среды) в процессе прошивки, имеем

$$\bar{\tau} = \frac{\tau a}{\mu v} \quad \text{или} \quad \bar{\tau} = \frac{\partial \bar{U}}{\partial \bar{r}} \Big|_{\bar{r}=\bar{R}(\bar{x})}. \quad (14)$$

Следовательно, из выражения (7), находим касательное напряжение на рабочей поверхности оправки в виде

$$\bar{\tau}(\bar{x}) = \frac{1}{2} \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{x}} \bar{R}(\bar{x}) + c_2(\bar{x}) \frac{1}{\bar{R}(\bar{x})}. \quad (15)$$



После подстановки постоянных интегрирования (9) и градиента давления (12) в уравнение (15) и преобразований окончательно

находим касательное напряжение в очаге деформации на рабочей поверхности оправки

$$\bar{\tau}(x) = \frac{1}{2} \frac{f_1[\bar{R}(x)]}{f_2[\bar{R}(x)]} \bar{R}(x) + \left\{ \frac{1}{4 \ln \bar{R}(x)} \frac{f_1[\bar{R}(x)]}{f_2[\bar{R}(x)]} \left(1 - \bar{R}^2(x)\right) \right\} - \frac{1}{\ln \bar{R}(x)} \frac{1}{\bar{R}(x)} \quad (16)$$

Осевое сопротивление оправки (усилие прошивки) при производстве гильз на прошивном стане с учетом гидродинамической постановки задачи определяется из условия динамического взаимодействия оправки и обтекающего потока металла в очаге деформации

Для удобства анализа решения задачи в замкнутой форме и синтеза полученных результатов, воспользуемся ранее принятыми безразмерными параметрами. После подстановки (12) и (16) в выражение (17) осевое сопротивление оправки представим в виде

$$F = \int_0^1 2\pi R(x) R'(x) p(x) dx + \int_0^1 2\pi R(x) \tau(x) dx. \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \bar{F} = \frac{F}{2\pi\mu va} = & - \int_0^1 \bar{R}(x) \bar{R}'(x) \left[\int_x^1 \frac{f_1[\bar{R}(x)]}{f_2[\bar{R}(x)]} d\bar{x} \right] d\bar{x} + \\ & + \int_0^1 \left[\frac{1}{2} \frac{f_1[\bar{R}(x)]}{f_2[\bar{R}(x)]} \bar{R}(x) + \left[\frac{1}{4 \ln \bar{R}(x)} \frac{f_1[\bar{R}(x)]}{f_2[\bar{R}(x)]} \left(1 - \bar{R}^2(x)\right) - \frac{1}{\ln \bar{R}(x)} \right] \frac{1}{\bar{R}(x)} \right] d\bar{x} \end{aligned} \quad (18)$$

После некоторых преобразований, выражение (18) для определения осевого сопротивления оправки в процессе прошивки окончательно имеет вид

$$\begin{aligned} \bar{F} = & - \int_0^1 \bar{R}(x) \bar{R}'(x) \left[\int_x^1 \frac{f_1[\bar{R}(x)]}{f_2[\bar{R}(x)]} d\bar{x} \right] d\bar{x} + \frac{1}{2} \int_0^1 \frac{f_1[\bar{R}(x)]}{f_2[\bar{R}(x)]} \bar{R}(x) d\bar{x} + \\ & + \int_0^1 \frac{1}{\bar{R}(x) \ln \bar{R}(x)} \left[\frac{1}{4} \frac{f_1[\bar{R}(x)]}{f_2[\bar{R}(x)]} \left[1 - \bar{R}^2(x)\right] - 1 \right] d\bar{x} \end{aligned} \quad (19)$$

Сходимость интегралов в выражении (19) обеспечивается тем, что соблюдаются следующие основные условия сходимости нижеприведенных отдельных слагаемых уравнения (19). Следовательно, когда $\bar{R}(x) \rightarrow 0$ соответственно получаем:

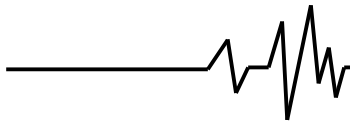
$$f_1[\bar{R}(x)] \rightarrow 1; \quad f_2[\bar{R}(x)] \rightarrow 1 \quad (20)$$

Очевидно, в этом случае составляющие интегралы уравнения (19) вполне удовлетворяют условиям сходимости

$$\frac{f_1[\bar{R}(x)]}{f_2[\bar{R}(x)]} \rightarrow 1; \quad \left[1 - \frac{1}{4} \frac{f_1[\bar{R}(x)]}{f_2[\bar{R}(x)]} \right] \Big|_{\bar{R}(x) \rightarrow 0} \rightarrow 0; \quad (21)$$

Полученное указывает на то, что параметры динамики процесса прошивки в рассматриваемом сечении очага деформации устойчивы.

Далее, в первом приближении, для наиболее распространенных условий эксплуатации оправок на прошивных станах ТПА, задаваясь определенной формой образующей оправки, установим характер распределения динамических составляющих



энергосиловых параметров в очаге деформации. Кривые, приведенные на рис. 3, для некоторых наиболее распространенных форм образующих оправок диаметром 77 мм, характеризуют напряженно-деформированное

состояние металла в очаге деформации прошивного стана ТПА 140 (гильза $\varnothing 103 \times 15$, сталь 20, $v = 1,2$ м/с).

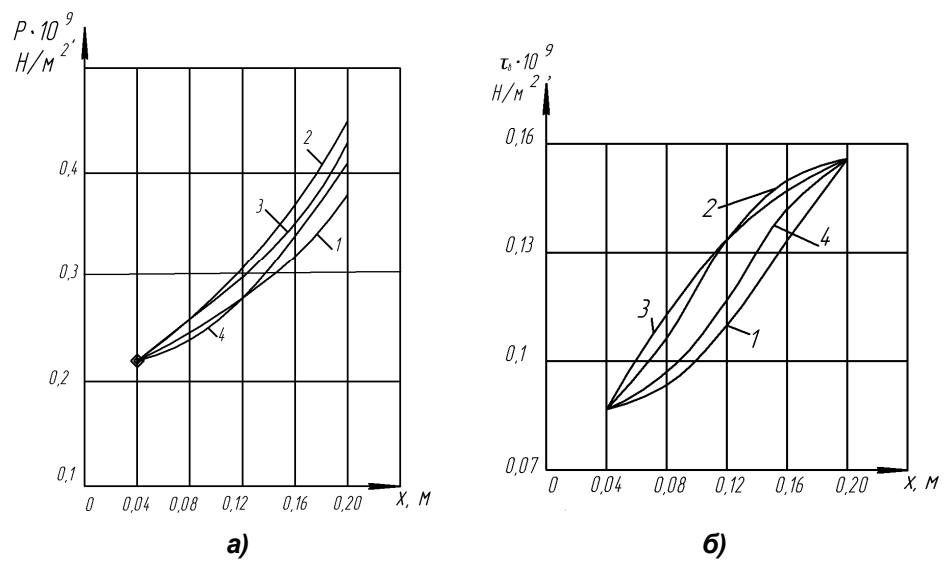


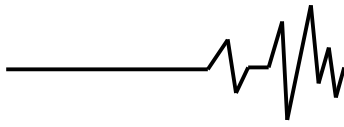
Рис. 3. Распределение в процессе прошивки трубной заготовки давлений металла в очаге деформации а) и касательных напряжений на оправке б) с различными образующими рабочей поверхности: 1 – конус; 2 – парабола; 3 – тор; 4 – кубическая парабола

Полученные результаты показывают, что в постановке задачи гидродинамической аналогии процесса прошивки форма образующей оправки диаметром 77мм, соответствующая кубической параболе, при прочих равных условиях, обеспечивает рациональное распределение давления металла и касательных напряжений по всей длине очага деформации. Необходимо отметить, что через определенное время интенсивной эксплуатации оправки, ее рабочая поверхность приобретает ту реальную ("бутылочнообразную") форму, которая в большинстве случаев по характерной картине износа образующей идентифицируется с некоторой кривой, приближенно совпадающей с кубической параболой. Очевидно, что оправка «приспосабливается» к существующим условиям прошивки трубной заготовки. Полученные результаты удовлетворительно приближаются к данным экспериментальных исследований, приведенных в работах [2, 13].

Математическое моделирование динамики процесса прошивки, на основе использования фундаментальных основ гидродинамики, создает необходимые предпосылки для проектирования оправок рациональной геометрической формы.

Отметим, что в первом приближении путем подбора параметров и формы образующей оправки минимизируем ее осевое сопротивление обтекающему потоку металла в процессе прошивки. Например, для образующей оправки в виде параболы $\bar{R}(x) = \bar{R} - \bar{R} / \bar{l}^2 (x - \bar{l})^2$, удобно минимизировать гидродинамическую осевую составляющую усилия прошивки \bar{F} по всей длине рабочей поверхности оправки $\bar{\lambda}$, если радиус калибрующего пояса рабочей поверхности оправки \bar{R} задан из условия необходимости образования полых гильз с требуемыми геометрическими размерами. В ряде случаев такой подход приводит к увеличению длины оправки и нарушению геометрии очага деформации.

Моделированием динамических условий течения металла в очаге деформации возможно на соответствующем этапе проектирования технологического процесса реализовать оптимальные (устойчивые) процессы прошивки трубных заготовок в полые гильзы. Повышение эксплуатационной стойкости и снижение потребления дорогостоящего технологического инструмента



обеспечивается рациональным распределением энергосиловых параметров прошивки в очаге деформации.

Одновременно, за счет оптимизации величины осевого сопротивления оправки в потоке прошиваемого металла (усилия прошивки) обеспечивается устойчивое положение стержня механизма его удержания в очаге деформации и значительное снижение разностенности прокатываемых гильз.

Отметим, что уточнение решения задачи возможно применением известных методов оптимизации (метод Эйлера, Гаусса-Зейделя и др.). При этом, из условия минимума осевого сопротивления в очаге деформации можно определить рациональную форму образующей рабочей поверхности оправки [9, 14].

Выводы

1. Технологический процесс прошивки трубной заготовки в полые гильзы представлен на основе реологии вязкой среды и фундаментальной теории гидродинамической аналогии.

2. Для выбранной осесимметричной модели очага деформации прошивного стана получены аналитические зависимости, представляющие обобщенную математическую модель задачи, определены динамические составляющие энергосиловых параметров (давление металла в очаге деформации и касательные напряжения на рабочей поверхности оправки) и осевое сопротивление оправки потоку прошиваемого металла.

3. Определены уточненные параметры функционала осевого сопротивления оправки обтекающему потоку прошиваемого металла, что позволило обеспечить необходимые условия для моделирования и реализации устойчивых процессов прошивки сплошных цилиндрических заготовок в полые гильзы на прошивном стане.

4. Созданы необходимые предпосылки оптимизации формы образующей рабочей поверхности оправки и процесса прошивки трубной заготовки путем минимизации функционала осевого сопротивления оправки потоку металла в очаге деформации.

Литература

1. Данилов Ф. А. Горячая прокатка и прессование труб./ Данилов Ф. А., Глейберг А. З., Балакин В. Г.// – М.: Металлургия, 1972. – 576 с.

2. Оклея Л. Н. Качество горячекатаных труб. М.: Металлургия, 1986. – 144 с.

3. Гун Г. Я. Теоретические основы обработки металлов давлением. – М.: Металлургия, 1980. – 456 с.

4. Волорovich М.П., Гуткин А.М. Течение пластично-вязкого тела между двумя параллельными плоскими стенками и в кольцевом пространстве между двумя коаксиальными трубками // ЖТФ.- Т XVI, вып.3, 1946.

5. Колмогоров Г. Л. Вопросы гидродинамической смазки при прессовании материалов жидкостью высокого давления./ Колмогоров Г. Л., Мельников Т. Е.// – Физика и техника высоких давлений. 1981, №3. С. 91-96.

6. Илюшин А.А. Механика сплошной среды. – 2-е изд. – М.: Издательство Московского Университета, 1978. – 288 с.

7. Prager W. Mecanique des solides isotropes au dela du domaine plastique. Mem. Sci. Math. 87, 27 (1937)

8. Oldroyd, J.G. Two dimensional plastic flow a Bingham solid; a plastic boundary-layer theory for slow motion. Proc. Cambridge Phil. Soc. 43, 383-395 (1947)

9. Гуляев Ю. Г. Математическое моделирование процессов обработки металлов давлением. / Гуляев Ю. Г., Чукмасов С. А., Губинский А. В.// – Киев.: Наукова думка, 1986. – 240 с.

10. Kanjaidu V. B. An Hydrodynamic Model of Hydrodynamic Extrusion. – Ibid. – 1966, №2. P.171 – 174.

11. Несис Е. И. Методы математической физики: Учебное пособие. – М.: Просвещение, 1977. – 199 с.

12. Полухин П. И. Сопротивление пластической деформации металлов и сплавов./ Полухин П. И., Гун Г. Я., Галкин А. М.// Справочник. – 2-е изд. –М.: Металлургия, 1983. – 352 с.

13. Рахманов С. Р. Динамика стрелковой системы механизма удержания оправки прошивного стана трубопрокатного агрегата. Материалы Международной конференции «Современные направления производства сварных и бесшовных труб из черных и цветных металлов», Днепропетровск. – 2007. С.45 – 51.

14. Кошляков Н. С. Уравнения в частных производных математической физики./ Кошляков Н. С., Глинер Э. Б., Смирнов М. И.// М.: Высшая школа, 1970. – 712 с.