

**I. ТЕОРІЯ ПРОЦЕСІВ ТА МАШИН**

Корендій В. М.

**Національний  
університет  
“Львівська  
політехніка”**

УДК 621.548

**КОЛИВНІ ПРОЦЕСИ ЛОПАТЕЙ  
ВІТРОУСТАНОВОК**

*В статье подан анализ динамики горизонтально-осевых ветроустановок (ВУ). Методика базируется на представлении ВУ как много-тельной системы из твердо- и упруго-тельными подсистемами. Использование смешанного исследования позволяет непосредственно определять возмущающие силы и моменты и изучать собственные частоты и формы колебаний упругих лопастей ВУ.*

*The article presents a dynamic analysis of horizontal axis wind turbines (HAWTs). The technique is based on representing a HAWT as a multi-body system with both rigid- and flexible-body subsystems. The use of the mixed research allows for the direct determination of constraint forces and moments and for investigation the natural frequencies and mode shapes for a HAWT with flexible blades.*

**Вступ.** Історія використання повітряних потоків для генерування електричної енергії бере свій початок у XIX столітті. Однак, у зв'язку із низькою вартістю викопних джерел, таких як нафта, природний газ, торф, вугілля тощо, розвиток вітроенергетичних установок був на той час економічно не вигідним. Починаючи із 70-х років XX століття різко зростає інтерес до відновлюваних джерел енергії. Це пояснюється, в основному, двома факторами: погіршенням екологічної ситуації в результаті діяльності атомних і теплових електростанцій та поступовим виснаженням запасів традиційних джерел.

Вітроенергетика розвивається найбільш динамічно і вважається однією із найперспективніших галузей енергетики. Запровадження енергоощадних технологій та якомога ширше використання відновлюваних джерел енергії, зокрема вітроустановок, у різних галузях народного господарства становлять одне із найактуальніших завдань розвитку суспільства.

**Постановка проблеми.** Вітроустановка являє собою комплексну мехатронну систему, яка складається із механічних, електричних та електронних підсистем, що взаємодіють між собою. Основним елементом горизонтально-осьових вітроустановок є лопатевий ротор. Потужність, яка відбирається з повітряного потоку, кут швидкості, габарити, а також інші вузли вітроустановки, такі як редуктор, генератор, підшипники, башта, залежать від його конструкції.

Однією з найголовніших проблем, яка виникає при проектуванні та експлуатації

вітроустановок, є аналіз втомної міцності їх елементів. Тривалість роботи більшості вузлів поступово зменшується за рахунок зростання кількості циклів збурень при відносно низьких величинах напружень. Близько 50% «втомних відмов» при роботі вітроустановок відбуваються внаслідок пошкодження лопатей за рахунок циклічної дії інерційних та гравітаційних навантажень [1]. При цьому з кожним роком зростають розміри вітроустановок, а тому дослідження динамічної поведінки їх лопатей стають все актуальнішими.

**Аналіз досліджень і публікацій.** До 70-х років XX століття коливні процеси лопатей майже не вивчалися. Перші дослідження динамічної поведінки ізольованої пружної лопаті були проведені Ормістоном, Казою, Гамондом, Котапалі, Чопрою та іншими науковцями у 70-х роках та враховували три ступені вільності лопаті при її коливаннях у площині обертання вітроколеса, перпендикулярній їй площині та закручуванні навколо власної осі внаслідок дії аеродинамічних та гравітаційних сил [1].

Наступна група досліджень, які були проведені Варбродтом, Фрідманом, Гарадом, Гвартоном, Хансеном та іншими, охоплювала динаміку як самого лопатевого вітроколеса, так і пружної башти, на якій встановлювалася вітроустановка, а також можливість обертання ротора за напрямком вітрового потоку [1].

Остання група досліджень, які проводяться і до сьогодні, стосується моделювання динаміки вітроустановки як комплексної системи. Коливання лопатей у



даному випадку залежать як від аеродинамічних і гравітаційних навантажень, так і від конструктивних і функціональних особливостей підсистем вітроустановки. Наприклад, Моленаркс і Дікстра виділили у структурі вітроустановки чотири абсолютно жорсткі підсистеми (башта, гондола, вітроколесо, лопать), що пружно з'єднані між собою [2]. Бір і Стол дослідили поєднання коливань пружних лопатей, маточини і башти у площині обертання вітроколеса [3].

Наукова новизна даної роботи полягає у тому, що на основі проведеного математичного моделювання навантажень лопатей у роботах [4, 5], у яких вітроустановка розглядалася як система із чотирьох абсолютно жорстких тіл: башти, гондоли, вітроколеса (маточини) і лопаті, остання приймається як пружне тіло і досліджується на можливість виникнення коливних процесів. Таким чином замість трьох у системі з'являється шість ступенів вільності: поворот гондоли навколо осі башти внаслідок зміни напрямку вітру, обертання вітроколеса при взаємодії лопаті із повітряним потоком, поворот лопаті навколо власної поздовжньої осі за рахунок зміни інтенсивності потоку повітря чи моменту на валу вітроколеса, прогини лопаті у площині обертання вітроколеса та перпендикулярній їй площині, закручування лопаті.

#### Формулювання мети досліджень.

Аналіз та удосконалення існуючих методик розрахунку навантажень на лопаті вітроустановок є досить актуальним завданням, вирішення якого потенційно дозволить збільшити економічну ефективність використання енергії вітру, оптимізувати відбір потужності з повітряних потоків, підвищити тривалість експлуатації елементів, удосконалити конструкцію вітроустановок тощо. Тому метою даної роботи є аналіз інерційних і гравітаційних навантажень на лопаті та коливних процесів, які ними спричиняються.

**Аналіз вітроустановки як комплексної системи твердих тіл.** Представимо вітроустановку як сукупність твердих тіл, які з'єднані між собою за допомогою ідеальних в'язей. На рис. 1 подано схематичну модель ВУ, яка складається із чотирьох абсолютно жорстких тіл: башти, гондоли, ротора і лопатей. Така система має три ступені вільності за рахунок обертання гондоли навколо осі башти, вітроколеса і лопаті навколо власних осей.

Інерційна система координат  $Oxyz$  розміщується таким чином, що вісь  $Oz$  співпадає з вертикальною поздовжньою віссю

башти, а осі  $Ox$  і  $Oy$  утворюють горизонтальну площину, в якій обертається гондола. Осі лопатей розміщуються у вертикальній площині обертання вітроколеса, перпендикулярній до площини повороту гондоли. Система координат  $O_1x_1y_1z_1$  розміщується таким чином, що вісь  $O_1z_1$  співпадає з поздовжньою віссю лопаті, вісь  $O_1y_1$  співпадає з віссю обертання вітроколеса (віссю гондоли), а вісь  $O_1x_1$  перпендикулярна одночасно до осей гондоли і лопаті (рис. 1).

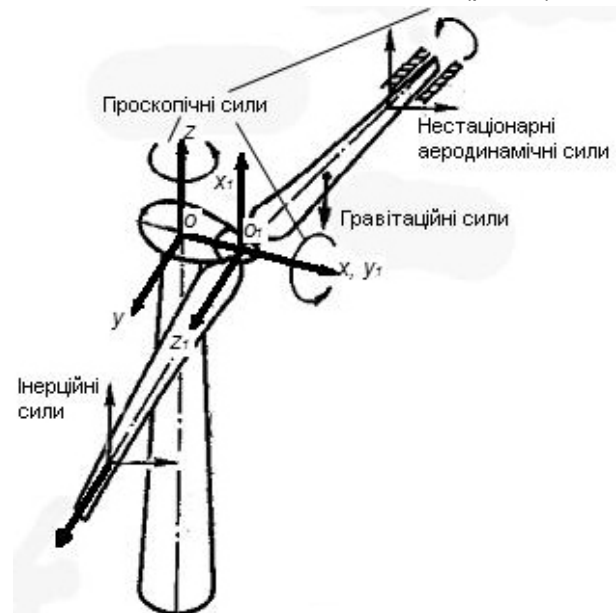


Рис. 1. Принципова схема вітроустановки

У початковому положенні системи вісь гондоли співпадає з віссю  $Ox$ , вісь лопаті  $O_1z_1$  співнапрямлена з віссю  $Oz$ , а поверхня лопаті лежить у площині обертання вітроколеса  $O_1x_1z_1$ . Внаслідок нерівномірного руху системи гондола повертається на деякий кут  $\psi$  навколо осі башти, вітроколесо – на деякий кут  $\theta$  навколо осі гондоли, лопать – на деякий кут  $\varphi$  навколо власної осі. Тому як узагальнені координати при побудові рівнянь руху системи доцільно прийняти вказані кути  $\psi$ ,  $\theta$  і  $\varphi$ .

На елементарні ділянки лопаті при русі системи діють змінні в часі інерційні та гравітаційні сили (рис. 1), які описуються рівняннями, виведеними у [4]. Серед них варто виділити відцентрові та дотичні сили інерції внаслідок нерівномірного обертання кожного з тіл системи, а також гіроскопічні сили при одночасному повороті гондоли і вітроколеса, гондоли і лопаті, вітроколеса і лопаті. У роботі [5] проаналізовано нелінійні часові залежності вказаних сил та зроблено висновок про їх циклічний характер, що може спричинити



коливні процеси і пришвидшену втому матеріалу лопатей, а також резонансні режими при роботі вітроустановки.

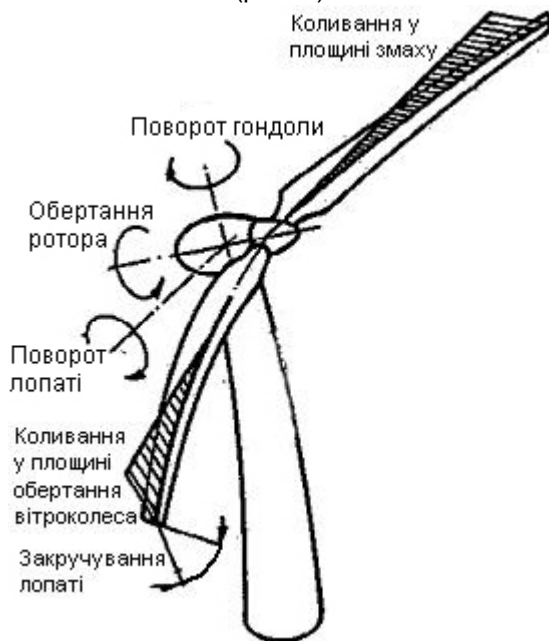
Використовуючи обрані узагальнені координати та рівняння Лагранжа другого роду, можна побудувати нелінійні часові рівняння руху вітроустановки як комплексної системи твердих тіл у вигляді:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}} \right) - \frac{\partial T}{\partial \varphi} = Q_{\varphi}; \quad \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{\psi}} \right) - \frac{\partial T}{\partial \psi} = Q_{\psi};$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}} \right) - \frac{\partial T}{\partial \theta} = Q_{\theta},$$

де  $T$  – кінетична енергія системи,  $Q_{\varphi}$ ,  $Q_{\psi}$ ,  $Q_{\theta}$  – узагальнені сили, що відповідають обраним узагальненим координатам

**Врахування впливу пружності лопатей.** Якщо лопать вітроустановки розглядати як пружне тіло, то поряд із розглянутими вище ступенями вільності, система матиме ще три ступені: відхилення лопаті у площині обертання вітроколеса і перпендикулярній їй площині та закручування навколо власної осі (рис. 2).



**Рис. 2. Ступені вільності вітроустановки з пружними лопатями**

У цьому випадку система рівнянь руху вітроустановки доповниться ще трьома рівняннями. Таким чином загальна кількість рівнянь руху залежатиме від кількості лопатей  $N$  і становитиме  $4 \cdot N + 2$ . Зважаючи на громіздке представлення цілої системи у [4], запишемо спрощену форму трьох рівнянь узагальнених інерційних сил, які використовувалися для знаходження форм коливань лопаті при її нерівномірному русі:

$$F_1 = m_l \cdot \left[ \sqrt{(r^2 + (b \cos \theta)^2)} \cdot \sin^2 \psi + (c \pm b \sin \theta)^2 \right] \times$$

$$\times \left( d^2 \varphi / dt^2 \cdot \sin \varphi + (d\varphi / dt)^2 \cdot \cos \varphi \right) +$$

$$+ \sqrt{r^2 + (b \cos \theta)^2} \cdot \left( (d\psi / dt)^2 \cdot \sin \varphi \cdot \sin \psi - \right.$$

$$\left. - d^2 \psi / dt^2 \cdot \sin \varphi \cdot \cos \psi \right) -$$

$$- b \cdot \left( d^2 \theta / dt^2 \cdot (\sin \theta \cdot \sin \varphi \cdot \cos \psi + \cos \theta \cdot \cos \varphi) + \right.$$

$$\left. + (d\theta / dt)^2 \cdot (\cos \theta \cdot \sin \varphi \cdot \cos \psi - \sin \theta \cdot \cos \varphi) \right) +$$

$$+ 2 \cdot \left[ \begin{aligned} & d\varphi / dt \cdot d\psi / dt \cdot \sqrt{r^2 + (b \cos \theta)^2} \cdot \cos \psi \cdot \cos \varphi + \\ & + d\varphi / dt \cdot d\theta / dt \cdot b \cdot \left( \begin{aligned} & \sin \theta \cdot \cos \varphi \cdot \cos \psi - \\ & - \cos \theta \cdot \sin \varphi \end{aligned} \right) - \\ & - d\psi / dt \cdot \sin \varphi \cdot d\theta / dt \cdot b \cdot \sin \theta \cdot \sin \psi \end{aligned} \right];$$

$$F_2 = m_l \cdot \left[ \sqrt{(r^2 + (b \cos \theta)^2)} \cdot \sin^2 \psi + (c \pm b \sin \theta)^2 \right] \times$$

$$\times \left( (d\varphi / dt)^2 \cdot \sin \varphi - d^2 \varphi / dt^2 \cdot \cos \varphi \right) +$$

$$+ \sqrt{r^2 + (b \cos \theta)^2} \cdot \left( d^2 \psi / dt^2 \cdot \cos \varphi \cdot \cos \psi - \right.$$

$$\left. - (d\psi / dt)^2 \cdot \cos \varphi \cdot \sin \psi \right) +$$

$$+ b \cdot \left( d^2 \theta / dt^2 \cdot (\sin \theta \cdot \cos \varphi \cdot \cos \psi - \cos \theta \cdot \sin \varphi) + \right.$$

$$\left. + (d\theta / dt)^2 \cdot (\cos \theta \cdot \cos \varphi \cdot \cos \psi + \sin \theta \cdot \sin \varphi) \right) +$$

$$+ 2 \cdot \left[ \begin{aligned} & d\varphi / dt \cdot d\psi / dt \cdot \sqrt{r^2 + (b \cos \theta)^2} \cdot \cos \psi \cdot \sin \varphi + \\ & + d\varphi / dt \cdot d\theta / dt \cdot b \cdot \left( \begin{aligned} & \sin \theta \cdot \sin \varphi \cdot \cos \psi + \\ & + \cos \theta \cdot \cos \varphi \end{aligned} \right) + \\ & + d\psi / dt \cdot \cos \varphi \cdot d\theta / dt \cdot b \cdot \sin \theta \cdot \sin \psi \end{aligned} \right];$$

$$F_3 = m_l \cdot \left[ \sqrt{r^2 + (b \cos \theta)^2} \cdot \left( d^2 \psi / dt^2 \cdot \sin \psi + \right. \right.$$

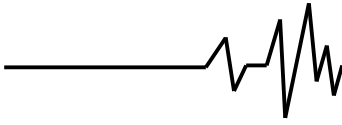
$$\left. \left. + (d\psi / dt)^2 \cdot \cos \psi \right) + \right.$$

$$+ b \cdot \left( d^2 \theta / dt^2 \cdot \sin \theta \cdot \sin \psi + (d\theta / dt)^2 \cdot \cos \theta \cdot \sin \psi \right) +$$

$$+ 2 \cdot \left[ \begin{aligned} & d\psi / dt \cdot \cos \varphi \cdot d\theta / dt \cdot b \times \\ & \times (\sin \theta \cdot \cos \varphi \cdot \cos \psi - \cos \theta \cdot \sin \varphi) + \\ & + d\psi / dt \cdot \sin \varphi \cdot d\theta / dt \cdot b \times \\ & \times (\sin \theta \cdot \sin \varphi \cdot \cos \psi + \cos \theta \cdot \cos \varphi) \end{aligned} \right],$$

де  $m_l$  – маса лопаті,  $r$  – проекція радіуса розміщення центру мас на вісь лопаті,  $b$  – відстань від осі до центру мас лопаті,  $c$  – відстань від осі башти до осі лопаті.

**Аналіз результатів дослідження.** Геометричні та структурні параметри вітроустановки обираємо із умови забезпечення номінальної потужності 10 кВт



при швидкості повітряного потоку  $9 \text{ м/с}$ :  $r = 4.5 \text{ м}$ ,  $b = 0.3 \text{ м}$ ,  $c = 1 \text{ м}$ ,  $m = 20 \text{ кг}$ . При цьому за умови когерентного пориву вітру екстремальні параметри руху системи будуть наступними: кутові швидкості та пришвидшення гондоли, вітроколеса і лопаті, відповідно,

$d\varphi/dt = 2.2 \text{ рад/с}$ ;	$d^2\varphi/dt^2 = 0.2 \text{ рад/с}^2$ ;
$d\psi/dt = 21 \text{ рад/с}$ ;	$d^2\psi/dt^2 = 2 \text{ рад/с}^2$ ;
$d\theta/dt = 0.3 \text{ рад/с}$ ;	$d^2\theta/dt^2 = 0.25 \text{ рад/с}^2$ .

На рис. 3 подано найбільш поширені форми коливань лопаті у площині змаху, перпендикулярній до площини обертання вітроколеса. Необхідно відмітити, що форми коливань, зображені на рис. 3, є періодично змінними у часі за умови, що вітроколесо залишається у вертикальному положенні. Симетричні форми коливань спостерігаються, коли сили і моменти, що діють на дволопатевий ротор, рівні за величиною і протилежні за напрямком. У цьому випадку навантаження від лопатей через маточину вітроколеса передаються на гондолу і башту, спричиняючи, відповідно, напруження розтягу і згину (рис. 3). Асиметричні форми коливань виникають за умови рівності абсолютної величини та напрямку сил і моментів, прикладених до лопатей. У цьому випадку навантаження від лопатей передаються через маточину вітроколеса на гондолу, спричиняючи напруження згину. Найвагоміший вплив на виникнення вказаних коливань чинять відцентрова сила при повороті гондоли та гіроскопічні сили при одночасному обертанні гондоли і вітроколеса та гондоли і лопаті.

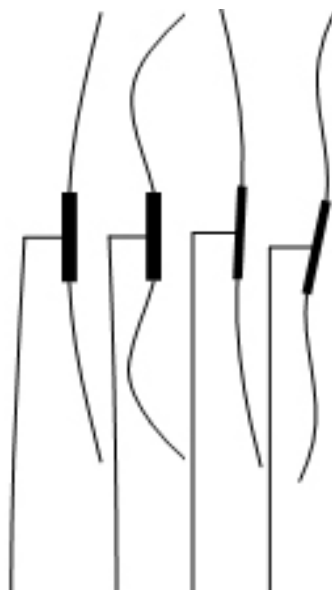


Рис. 3. Форми коливань лопаті у площині змаху

На рис. 4 подано найбільш поширені форми закручування лопаті навколо власної осі. Враховуючи складність зображення крутних деформацій, показано деформацію прямої лінії на круговому стрижні, який зазнає такого ж закручування, як дотична до площини лопаті. Деформації в даному випадку знаходяться в площині обертання лопаті. Симетричні форми спостерігаються, коли обидві лопаті сприймають закручування одного знаку у відповідних системах координат. У цьому випадку навантаження від лопатей спричиняють згин гондоли і закручування маточини вітроколеса. Асиметричні форми виникають у випадку протилежних напрямків закручування. У цьому випадку навантаження від лопатей через маточину вітроколеса передаються на гондолу і башту, спричиняючи, відповідно, напруження розтягу і згину (рис. 4). Найбільший вплив на виникнення крутних деформацій лопатей чинять усі дотичні сили інерції, відцентрова сила при повороті гондоли та гіроскопічна сила при одночасному обертанні гондоли і вітроколеса.

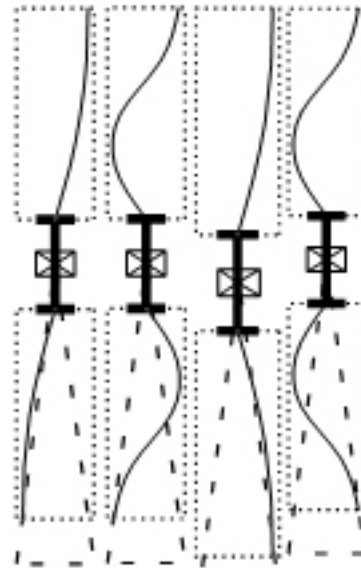
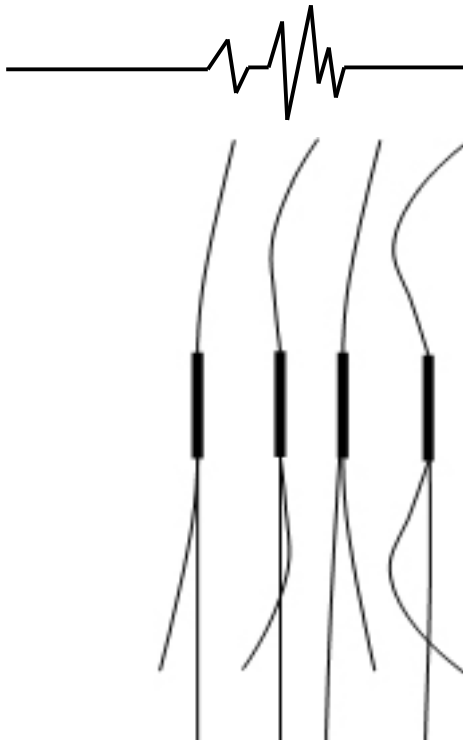


Рис. 4. Форми закручування лопаті

На рис. 5 показано найбільш поширені форми коливань лопатей у площині обертання вітроколеса. Аналогічно, як і у попередніх випадках, симетричні (асиметричні) форми коливань виникають при рівності абсолютних величин та протилежних (однакових) напрямках сил і моментів, які їх спричиняють. Перші сприятимуть згину маточини та закручуванню гондоли, другі – згину гондоли і башти. Найбільший вплив на виникнення вказаних коливань чинять всі дотичні сили інерції, гравітаційні сили та гіроскопічна сила при одночасному обертанні гондоли і вітроколеса.



**Рис. 5. Форми коливань лопаті у площині обертання вітроколеса**

**Висновки.** У статті розглянуто методику аналізу динаміки горизонтально-осьової вітроустановки та подано результати моделювання коливних процесів лопатей. Структура методики базується на розділенні комплексної багато-тільної системи вітроустановки на твердо- і пружно-тільні підсистеми, які тісно пов'язані між собою. Рівняння руху твердо-тільної підсистеми залежать від крайових умов пружно-тільної підсистеми (в даному випадку лопатей), а коливання лопатей спричиняються рухом елементів твердо-тільної підсистеми (башти, гондоли, ротора). Використовуючи крайові умови, рівняння руху підсистем можуть бути об'єднані, що дає змогу вивести повну систему рівнянь для моделі. Коли ж отримані рівняння вдається лінеаризувати відносно рівномірного руху системи, можна вивести та проаналізувати їх числові розв'язки для вітроустановки в цілому.

Графічні результати досліджень, подані у статті, відповідають дволопатевої горизонтально-осьовій вітроустановці з пружними лопатями. Ступені вільності твердо-тільної підсистеми включають у себе поворот гондоли навколо осі башти, обертання вітроколеса і лопатей навколо власних осей,

тоді як самі лопаті вважаються пружними і мають можливість закручування та коливання у площині обертання вітроколеса та перпендикулярній їй площині повороту гондоли. У результатах дослідження подано динамічні характеристики горизонтально-осьової вітроустановки, які включають у себе найбільш поширені форми коливань лопатей, що спричиняються дією інерційних та гравітаційних навантажень.

У подальших етапах досліджень планується об'єднати описану в даній роботі структурну модель динаміки вітроустановки із аеродинамічною моделлю з метою проведення аероеластичного аналізу горизонтально-осьових вітроустановок із пружними лопатями. Це дасть змогу проводити комп'ютерну симуляцію роботи вітроустановки, визначати аероеластичні характеристики та оптимізувати конструкцію лопатей, а також проводити вдосконалення систем регулювання роботи вітроустановки.

#### Література

1. Hodges D., Patil M., "Multi-Flexible-Body Analysis for Application to Wind-Turbine Control Design," Proceedings of the ASME Wind Energy Symposium, Reno, Nevada, January, 2001, pp. 281 – 300.
2. Molenaarx, D., Dijkstra, S. "Modeling of Structural Dynamics of Lagerwey LW-50/750 Wind Turbine", Wind Engineering, Vol. 22, No. 6, 1998, pp. 253 – 264.
3. Bir G., Stol C. "Modal Analysis of a Teetered-Rotor Wind Turbine Using the Floquet Approach", Proceedings of the ASME Wind Energy Symposium, Reno, Nevada, January, 2000, pp. 23 – 33.
4. Кузьо І.В. Математичне моделювання динаміки тихохідного вітроколеса / І.В. Кузьо, В.М. Корендій // Наукові нотатки. – 2011. – № 33. – С. 115-123.
5. Кузьо І.В. Комп'ютерне моделювання навантажень лопатей тихохідного вітроколеса / І.В. Кузьо, В.М. Корендій // Вісник Національного університету «Львівська політехніка». – 2011. – № 713. – С. 94-98.