



Надутьий В. П.

Елисеєв В. И.

Луценко В. И.

Институт
геотехнической
механики
им. Н. С. Полякова
НАН Украины

УДК 622.7:741.6:532.5

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ВЛИЯНИЯ ВИБРАЦИЙ НА ПРОЦЕСС ОБЕЗВОЖИВАНИЯ СЫПУЧЕЙ СРЕДЫ

Запропонована наближена математична модель опускання шару рідини в пористому середовищі, що коливається. Проаналізований вплив вібрації на залишкову масу рідини. Показано, що за умови постійності віброприскорення визначальний вплив на процес надає амплітуда вібрацій.

An approximate mathematical model of the lowering of the liquid layer in a porous medium that vibrates, is given. The effect of vibration on the residual mass of the liquid was studied. The amplitude of vibration has a major impact on the dewatering process at constant acceleration.

Известно [1], [2], что вся вода в дисперсных средах подразделяется на свободную, капиллярную и связанную. Связанная вода имеет физико-химические особенности по сравнению со свободной и капиллярной и требует особого комплексного рассмотрения. Поведение свободной и капиллярной жидкости может полностью рассматриваться в рамках механики жидкости, вследствие чего задача значительно упрощается, однако в теоретическом плане проблемы остаются. Они связаны с капиллярным взаимодействием жидкости и твердого каркаса дисперсной массы. Влияние капиллярных сил на движение жидкости довольно значительное, поэтому представляет интерес построение теоретических положений, определяющих закономерности движения капиллярной жидкости при обезвоживании с учетом вибрационных воздействий. В работах [3] - [6], были рассмотрены некоторые частные вопросы движения жидкости в капиллярах применительно к задачам обезвоживания. В [7], [8] изучалась задача об опускании жидкости в пористой среде без вибрационного воздействия. В данной работе рассматривается задача о влиянии вибрации на движение слоя жидкости в сыпучей среде, при этом принимается, что структурные параметры среды не изменяются.

Математическая постановка задачи.

Будем считать, что слой сыпучего лежит на недеформируемой сетке, сопротивлением

которой пренебрегаем. Весь сыпучий слой является также недеформируемым, т.е. определенная структура слоя не разрушается под воздействием вибрации.

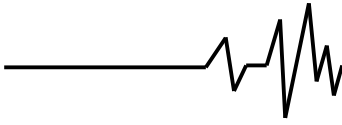
С целью упрощения задачи выпишем уравнения гидродинамики в осесимметричной системе координат, связанной с колеблющимся слоем дисперсного материала

$$\frac{\partial r \varepsilon u}{\partial z} + \frac{\partial r \varepsilon v}{\partial r} = 0, \quad (1)$$

$$\rho \varepsilon \left(\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{dU}{dt} + u \frac{\partial u}{\partial z} + v \frac{\partial u}{\partial r} \right) = -\varepsilon \frac{dp}{dz} - \varepsilon \rho g - f, \quad (2)$$

где t – время; z, r – система координат ($z = 0$ – нижний край дисперсного материала); ρ – плотность жидкости; u – относительная скорость жидкости; p – давление; g – ускорение свободно падающего тела; ε – порозность слоя, f – сила сопротивления на единицу объема; U – скорость дисперсного слоя.

Первое уравнение является уравнением неразрывности (порозность слоя ε примем постоянной, как по времени, так и по координатам). Уравнение движения в направлении оси r здесь не приведено, т.к. течение в этом направлении считаем мелкомасштабным. Используя все те



предположения и упрощения, принятые в [8], после интегрирования по радиусу до некоторой масштабной величины R_A и затем по высоте от величины H_N (нижний край жидкости) до H_W (верхний край сплошного слоя жидкости), получим следующие уравнения для случая $H_N \geq 0$:

$$\varepsilon_N u_N = \varepsilon_W u_W, \quad (3)$$

$$\begin{aligned} & \varepsilon_S \rho (H_W - H_N) \left(\frac{du_S}{dt} + \frac{dU}{dt} \right) + \\ & + \varepsilon_N u_N (u_W - u_N) = \quad , \quad (4) \\ & = f_W^\sigma - f_N^\sigma - \varepsilon \rho g (H_W - H_N) - \\ & - f(H_W - H_N), \end{aligned}$$

где индекс N относится к параметрам на нижнем крае жидкости, индекс W – на верхнем крае, S – в слое.

В отличие от [8] здесь не учитывается стекающая пленка, но условие (3) при $\varepsilon_W < \varepsilon_N$ учитывает образование стыковой жидкости. Величину ε_N можно принять равной порозности в слое, т.е. $\varepsilon_N = \varepsilon_S$ вплоть до $z = +0$ и тогда, соответственно, $u_N = u_S$ (скорость в нижней части равна скорости в слое). Нахождение ε_W требует дополнительных, в основном экспериментальных, усилий. Эта величина, несомненно, зависящая от интенсивности колебаний, определяет количество стыковой жидкости (в данной работе она рассматривается как задаваемый параметр). Учитывая, что величины H_N и H_W являются граничными линиями, для их определения необходимы кинематические условия:

$$u_W = \frac{dH_W}{dt}, \quad u_N = \frac{dH_N}{dt}. \quad (5)$$

Члены уравнения (4) f_W^σ и f_N^σ связаны с капиллярными силами. Как и в [8], определим величину f_W^σ в виде:

$$f_W^\sigma = 2\pi n_S \sigma R_{ST}, \quad (6)$$

при этом

$$\begin{aligned} n_S &= \frac{\varepsilon_S}{\pi} \left(\frac{2}{3} \frac{\varepsilon_S}{1 - \varepsilon_S} r_{CH} \right)^{-2}, \\ R_{ST} &= \left(R_T^2 + \frac{\varepsilon_S - \varepsilon_W}{\pi n_S} \right)^{1/2}, \quad (7) \\ R_T &= \frac{2}{3} \left(\frac{\varepsilon_S}{1 - \varepsilon_S} \right)^{1/2} r_{CH}. \end{aligned}$$

В этих выражениях σ – коэффициент поверхностного натяжения; r_{CH} – радиус частицы сыпучего слоя.

В нижней части f_N^σ должна меняться от нуля, когда жидкость достигает нижней границы сыпучего слоя, до величины f_W^σ , когда жидкость втягивается в глубину сыпучего слоя. Примем, что закон изменения f_N^σ линейный в пределах радиуса частицы, тогда

$$f_N^\sigma = f_W^\sigma \frac{z}{r_{CH}}, \quad (0 \leq z/r_{CH} \leq 1). \quad (8)$$

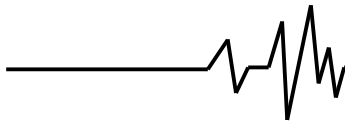
Для силы сопротивления слоя используем формулу Эргана в форме данной в [9]

$$f = \frac{1}{2} c_\mu \rho n_V \pi r_{CH}^2, \quad (9)$$

$$c_\mu = 150 \frac{\nu(1 - \varepsilon)}{2\varepsilon r_{CH}} u + 1.75 \frac{4}{3\varepsilon} u^2,$$

где $n_V = \frac{3}{4\pi} \frac{\tau}{r_{CH}^3}$ – количество шаров в единице объема дисперсной среды.

В начальный момент, когда жидкость вытекает из слоя сплошным потоком, толщина пленки жидкости, образующейся под сыпучим слоем, может быть значительной, возможно, в несколько десятков радиусов частиц. В конце процесса, толщина ее уменьшается до единиц радиусов. В этом случае жидкость внизу стекает в виде отдельных тонких струек или капель. Толщина этой пленки может повлиять на величину остаточной жидкости, т.к. при прекращении вибровоздействия, под действием капиллярных сил, она может быть втянута вновь в слой сыпучего материала.



При наличии такой пленки область течения распадается на две: выше $z \geq 0$ – течение в пористой среде, ниже $z \leq 0$ течение в однородной области. В результате такого деления из уравнений (1), (2), аналогичным образом могут быть получены следующие выражения

$$\varepsilon_w u_w = \varepsilon_s u_s = u, \quad (10)$$

$$\varepsilon_s \rho H_w \left(\frac{du_s}{dt} + \frac{dU}{dt} \right) + \varepsilon_s u_s (u_w - u_s) = f_w^\sigma - \varepsilon \rho g H_w - f H_w \quad (11)$$

$$\rho H_N \left(\frac{du}{dt} + \frac{dU}{dt} \right) = -\rho g H_N \quad (12)$$

Здесь u – скорость однородной жидкости в пленке под дисперсным слоем; H_N – толщина пленки. В качестве оценочной величины H_N можно принять некоторую предельную величину H_* , которая при окончании колебаний втягивается в пористый материал. Примем, что, если $H_N > H_*$, то такая пленка разрушается до толщины H_* .

Результаты расчетов. Для проведения расчетов примем, что колебание сетки осуществляется по гармоническому закону $A \cos(2\pi\omega t)$ (A – амплитуда колебания, м; ω – частота, c^{-1}) Тогда скорость твердого дисперсного слоя будем задавать в виде $U = 2A\pi\omega \sin(2\pi\omega t)$.

На рис. 1 показаны конечные значения высот сплошных жидких слоев, остающихся в сыпучем слое после воздействия вибрации. Расчеты проводились для разных частот, но при постоянстве ускорения, т.е. величина $a = (2\pi\omega)^2 A$ для серии принималась постоянной. Также принималось, что наибольшая амплитуда колебания равна 0,01 м, что обуславливало нижнее значение частоты в серии.

Из приведенного рисунка следует, что наименьший слой воды остается при максимальной амплитуде колебания, что соответствует определенной частоте вибраций. Дальнейшее увеличение частоты (снижение амплитуды) приводит к росту остающегося слоя, т.е. к ухудшению обезвоживания.

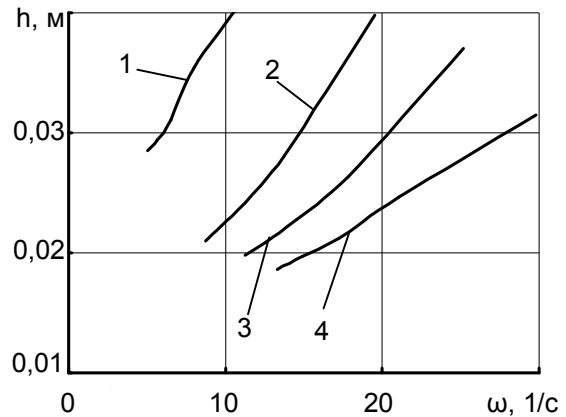


Рис. 1. Изменение высоты сплошного слоя остаточной жидкости от частоты колебания для монодисперсного сыпучего материала из частиц радиусом 10^{-3} м
 1 – $a = 10 \text{ м/с}^2$; 2 – 30 м/с^2 ; 3 – 50 м/с^2 ; 4 – 70 м/с^2

На рис. 2 показана динамика опускания слоя воды при воздействии вибрации с частотой 10 Гц для различных амплитуд колебания. На рисунке приведены кривые $\bar{h} = H_w / H_{w0}$ ($H_{w0} = 0.3$ м – начальная высота жидкого слоя) в зависимости от времени и амплитуды колебания.

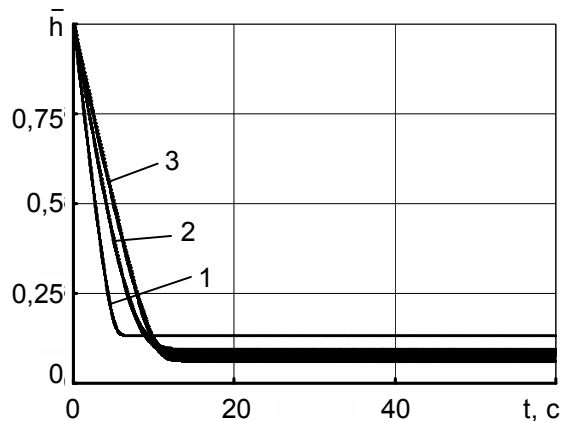


Рис. 2. Изменение относительной высоты слоя воды при опускании ее в монодисперсном сыпучем материале из частиц радиусом 10^{-3} м
 1 – $A = 0$; 2 – $0,005 \text{ м}$; 3 – $0,01 \text{ м}$



Первая кривая относится к гравитационному истечению жидкости из сыпучего материала. Две другие кривые показывают влияние амплитуды колебания на уменьшение высоты слоя жидкости. Конечные величины высот жидких слоев свидетельствуют о существенном влиянии амплитуды колебания на количество оставшейся жидкости. Согласно расчетам они имеют следующие значения: для $A=0$, $\bar{h} = 0,131$; для $0,005$ м $\bar{h} = 0,083$ и для $A = 0,01$ м $\bar{h} = 0,06$, т.е. при амплитуде $0,01$ м и частоте 10 Гц можно уменьшить слой жидкости примерно в два раза.

Разработанная математическая модель и приведенные расчеты пока носят качественный характер и требуют уточнения и сравнения с экспериментом. В задаче имеется ряд параметров, которые могут быть определены только из экспериментов. Однако, те общие положения, которые заложены в математическую модель, дают возможность варьированием определяющих параметров приблизить модель к реальному процессу.

Литература

1. Лыков А.В. Явления переноса в капиллярно-пористых телах. – М.: Госиздат, 1954. – 296 с.
2. Бейлин М.И. Теоретические основы процессов обезвоживания углей.- М.: Недра, 1969. – 240 с.
3. Определение закономерностей опускания жидкости в поровых каналах влажной горной массы, лежащей на сетке / В. П. Надутый, В. И. Елисеев, В. И. Луценко, И. П. Хмеленко // Науковий вісник: зб. наук. праць / НГУ. – Дніпропетровськ, 2009. – № 2. – С. 71-74.

4. Разработка модели опускания жидкости в поровом канале переменного сечения при обезвоживании слоя горной массы / В. П. Надутый, В. И. Елисеев, В. И. Луценко, И. П. Хмеленко / Геотехнічна механіка: Міжвід. зб. наук. праць / ІГТМ НАН України. – Дніпропетровськ, 2010. – Вип. № 85. – С. 196-201.

5. Результаты исследований процесса опускания жидкости в поровых каналах при обезвоживании горной массы / В. П. Надутый, В. И. Елисеев, В. И. Луценко, И. П. Хмеленко // Збагачення корисних копалин: Наук.-техніч. зб. НГУ / НГУ. – Дніпропетровськ, 2010. – Вып. 40(81). – С. 139-147.

6. Елисеев, В. И. Экспериментальное исследование перетяжки жидкости между двумя сферическими частицами / В. И. Елисеев, В. И. Луценко, Н. П. Анфимова // Дисперсные системы: XXIV науч. конф. стран СНГ, 20-24 сентября 2010 г. / Одесский нац. ун-т им. И. И. Мечникова. – Одесса: Астропринт, 2010. – С. 200-201.

7. Луценко, В. И. Результаты модельных экспериментальных исследований процесса обезвоживания сыпучего материала / В. И. Луценко, В. И. Елисеев, С. Г. Кравчина // Дисперсные системы: XXIV науч. конф. стран СНГ, 20-24 сент. 2010 г. / Одесский нац. ун-т им. И. И. Мечникова. – Одесса: Астропринт, 2010. – С. 111-112.

8. Надутый, В. П. Математическая модель опускания слоя жидкости в пористой среде / В. П. Надутый, В. И. Елисеев, В. И. Луценко // Геотехнічна механіка: Міжвід. зб. наук. праць // ІГТМ НАН України. – Дніпропетровськ, 2011. – Вип. № 92. – С. 3-14.

9. Нигматулин Р. И. Динамика многофазных сред. Т. I. – М.: Наука, 1987. – 464 с.