УДК 615.012.014

ЗАСТОСУВАННЯ ТЕОРІЇ ПОДІБНОСТІ В МОДЕЛЮВАННІ ПРОЦЕСУ ЕКСТРАГУВАННЯ ПІД ВПЛИВОМ МІКРОХВИЛЬОВОГО ПОЛЯ

Коляновська Л.М
Бандура В.М
Жегалюк О.В
Вінницький національний аграрний університет

У статті побудована математична модель процесу екстрагування із рослинної сировини.

A mathematical model of extracting from plant raw material process was defined.

Вступ

Зростання кількості праць в харчових, мікробіологічних та фармацевтичних галузях, що пропонують нові технології, свідчать про формування нових вимог до якості продукції та методів інтенсифікації її отримання.

Однією із причин інтенсифікування процесу екстрагування є проблема використання громіздкого, металоємного, споживаючого велику кількість енергії, устаткування для остаточного вилучення цільового компоненту із олієвмісного насіння малими та середніми підприємствами.

Мікрохвильові технології є досить перспективними в процесі інтенсифікації видобутку олії в технологічній схемі. Це було доведено серією досліджень відображених в статтях [1,2].

Але система процесу описується великою кількістю факторів, які характеризують кінетику екстрагування. Тому доцільно використовувати методи математичного моделювання для прогнозування оптимальних умов проведення процесу.

Аналітичне моделювання, що використовувалось для опису процесу екстрагування, є дещо спрощеним та не враховує факторів визначення гідродинамічної ситуації при екстрагуванні турбулентним плином екстрагента, ускладненим вихровою дифузією з каналів пористої структури зерен сої та ріпаку. А також не дає можливості виходу на розрахунок екстракційного апарату.

У зв’язку з труднощами, що виникають в результаті аналітичного моделювання, слід застосувати експериментальне моделювання, основною науковою базою якого є теорія подібності і метод «аналізу розмірностей».

Мета дослідження

Розробка математичної моделі процесу екстрагування олії із ріпаку сорту «Чемпіон» та сої сорту «Вінничанка» розчинниками гексаном та спиртом.

Викладення основного матеріалу

Друга теорема подібності Федермана – Бекінгема дає можливість обробки кспериментальних даних у формі загального критеріального рівняння.

Математичний опис процесу екстрагування було одержано емпіричним методом. Отримати структуру критеріального рівняння для розрахунку сил тертя, які виникають при русі рідини й спричиняють втрати тиску і відповідних коефіцієнтів масоперенесення можливо, використовуючи метод аналізу розмірностей [3]. Залежність між фізичними величинами, отриману під час дослідження процесу, згідно даного методу моделювання, можна виразити критеріальним рівнянням, до якого входять критерії, складені із досліджених величин.

Інтенсивність процесу екстрагування визначають коефіцієнтом масовіддачі β, розмірність якого $\frac{м}{с}$. На величину коефіцієнта масовіддачі β та на перебіг процесу впливають розміри частинок *d*, густина масового розчину ρ, в'язкість μ, коефіцієнт дифузії *D*, витрати продукту і витрати розчинника. В досліджуваних умовах бародифузія пов'язана з впливом мікрохвильового поля визначається різницею тисків, величина яких пропорційна енергії випромінювання і тієї енергії, яка необхідна для пароутворення, тобто величинам питомої теплоти пароутворення *r* і потужності поля *N*. Внесок природної конвекції встановлюється різницею концентрацій ΔC і гравітаційним полем з гравітаційною постійною G.

Отже, вихідна функціональна залежність загального вигляду буде наступною:

$$\beta = f\,(M_{пр}, D\Delta C\ d\rho\mu\ M_{роз}\ r\ N\ G). \qquad (1)$$

Список перерахованих параметрів представлений в табл. 1.

Таблиця 1

Список параметрів

Параметр	Символ	Розмірність
Середній коефіцієнт масовіддачі	β	$м \cdot с^{-1}$
Витрати продукту	$M_{пр}$	$кг \cdot с^{-1}$
Коефіцієнт дифузії олії	D	$м^2 \cdot с^{-1}$
Різниця концентрацій	ΔC	$кг \cdot м^{-3}$
Розмір частинки, яку піддають екстрагуванню	d	м
Густина масового потоку	ρ	$кг \cdot м^{-3}$
В'язкість потоку	μ	$кг \cdot м^{-1} \cdot с^{-1}$
Витрати розчинника	$M_{роз}$	$кг \cdot с^{-1}$
Теплота пароутворення	r	$м^2 \cdot с^{-2}$
Потужність мікрохвильового поля	N	$кг \cdot м^2 \cdot с^{-3}$
Гравітаційна постійна	G	$м \cdot с^{-2}$

Всі ці параметри містять тільки три основних розмірності (табл. 1): довжину (L), масу (M) і час (T). Користуючись методом аналізу розмірностей, замінимо цю невідому функцію залежністю між критеріями подібності. В даному випадку число змінних а=11, число їх одиниць виміру b=3. Тоді, згідно π - теоремі, число безрозмірних комплексів, що описують процес, має дорівнювати а - b = 8.

Вихідна функціональна залежність коефіцієнта масовіддачі від параметрів (1) згідно аналізу розмірностей представлена у вигляді степеневого ряду:

$$\beta = A\mathrm{M}_{пр}{}^{\alpha} D^{\gamma} \Delta C^{\delta} d^{\varepsilon} \rho^{\eta} \mu^{\theta} M_{роз}{}^{\iota} \mathrm{r}^{\kappa} N^{\lambda} G^{\nu} \tag{2}$$

Обравши три основні розмірності, решту розмірностей виразимо через первинні величини:

$$\frac{L}{T} = A\left[\frac{M}{T}\right]^{\alpha} \cdot \left[\frac{L^2}{T}\right]^{\gamma} \cdot \left[\frac{M}{L^3}\right]^{\delta} \cdot [L]^{\varepsilon} \cdot \left[\frac{M}{L^3}\right]^{\eta} \cdot \left[\frac{M}{L\cdot T}\right]^{\theta} \cdot \left[\frac{M}{T}\right]^{\iota} \cdot \left[\frac{L^2}{T^2}\right]^{\kappa} \cdot \left[\frac{M\cdot L^2}{T^3}\right]^{\lambda} \cdot \left[\frac{L}{T^2}\right]^{\nu} \tag{3}$$

Для рівняння (3) матриця розмірностей має вигляд:

Таблиця 2

Матриця розмірностей

	α	γ	δ	ε	η	θ	ι	κ	λ	ν
L		2	-3	1	-3	-1		2	2	1
M	1		1		1	1	1		1	
T	-1	-1				–1	–1	–2	-3	–2

Зрівняємо показники усіх одиниць вимірювання лівої і правої частини (3) та на основі матриці отримаємо систему алгебраїчних рівнянь:

$$\begin{array}{c|l} \mathrm{L} & 1 = 2\gamma - 3\delta + \varepsilon - 3\eta - \theta + 2\kappa + 2\lambda + \nu \\ \mathrm{M} & 0 = \alpha + \delta + \eta + \theta + \iota + \lambda \\ \mathrm{T} & -1 = -\alpha - \gamma - \theta - \iota - 2\kappa - 3\lambda - 2\nu \end{array}$$

В цій системі із трьох рівнянь є 11 невідомих. Виразимо в третьому рівнянні θ через інші множники:

$$\theta = 1 - \alpha - \gamma - \iota - 2\kappa - 3\lambda - 2\nu$$

З другого рівняння виразимо η через інші множники, підставляючи попередній вираз θ:

$$\eta = -\delta - 1 + \gamma + 2\kappa + 2\lambda + 2\nu$$

Із першого виразу знайдемо ε і підставивши значення η і θ отримаємо:

$$\varepsilon = -1 - \alpha + 2\kappa + \lambda + 3\nu - \iota$$

Після цього рівняння (2) набуде вигляду (3):

$$\beta = AM_{пр}{}^{\alpha} D^{\gamma} \Delta C^{\delta} d^{-1-d+2\kappa+\lambda+3\nu-\iota} \rho^{-\delta-1+\gamma+2k+2\lambda+2\nu} \mu^{1-\alpha-\gamma-\iota-2\kappa-3\lambda-2\nu} M_{роз}{}^{\iota} r^{\kappa} N^{\lambda} G^{\nu}$$

Це рівняння можна подати у наступному вигляді (4):

$$\frac{\beta d\rho}{\mu} = \left(\frac{M_{\text{пр}}}{d\mu}\right)^{\alpha} \cdot \left(\frac{\mu}{D\rho}\right)^{-\gamma} \cdot \left(\frac{\Delta C}{\rho}\right)^{\delta} \cdot \left(\frac{M_{роз}}{d\mu}\right)^{\iota} \left(\frac{d^2\rho^2 r}{\mu^2}\right)^{\kappa} \left(\frac{d\rho^2 N}{\mu^3}\right)^{\lambda} \left(\frac{d^3\rho^2 G}{\mu^2}\right)^{\nu}$$

Комплекси отримані в рівнянні (4) дають комбінації, які утворюють структуру рівняння в узагальнених замінних:

Комплекс $\left(\frac{M_{пр}}{d\mu}\right)^{\alpha}\cdot\left(\frac{d\mu}{M_{роз}}\right)^{-\varepsilon}=\left(\frac{M_{пр}}{M_{роз}}\right)=\zeta$ є безрозмірним і враховує співвідношення твердої і рідкої фаз.

Групи $\frac{\beta d\rho}{\mu}$ і $\frac{\mu}{D\rho}$ дають відношення коефіцієнта конвективного масообміну до коефіцієнта дифузії - число Шервуда:

$$\frac{\beta d\rho}{\mu}\cdot\frac{\mu}{D\rho}=\frac{\beta d}{D}=Sh. \tag{5}$$

Відношення кількості руху потоку до дифузійного потоку - число Шмідта.

$$\frac{\mu}{D\rho}=\frac{v}{D}=Sc \tag{6}$$

Відповідно:

$$\frac{\Delta C}{\rho}\cdot\frac{gd^3\rho^2}{\mu^2}=\frac{gd^3\Delta C\rho}{\mu^2}=Gr \tag{7}$$

критерій подібності Грасгофа, що визначає процес теплообміну при вільному русі в полі гравітації. Але в даних дослідженнях домінуючим є вплив мікрохвильового поля і в режимі інерційного потоку внесок природної конвекції незначний. Тому впливом числа *Gr* можна знехтувати.

Комбінація:

$$\left(\frac{\mu^2}{d^2\rho^2 r}\right)^{-\kappa}\cdot\left(\frac{Nd\rho^2}{\mu^3}\right)^{\lambda}=\frac{N}{\mu dr}=Bu \tag{8}$$

число Бурдо, число енергетичної дії, що встановлює співвідношення між енергією випромінювання і енергією, яка необхідна для перетворення в пару всього розчину, що проходить через екстрактор. Максимальне наближення критерію подібності *Bu* до 1 дає максимальне утворення пари, яка проходить через екстрактор, збільшення градієнту тиску, що спричинить інтенсивніші викиди насиченого екстрагента з середини капілярів збільшить турбулентність пограничного шару.

Отже, структура критеріального рівняння через числа подібності буде наступною:

$$Sh=A\cdot Sc^{o}\cdot\zeta^{\pi}\cdot Bu^{\sigma} \tag{9}$$

Константи *A*, о, π, σ визначаються експериментально.

Висновки

В результаті отриманої під час дослідження процесу залежності між фізичними величинами, згідно методу аналізу розмірностей, виведено критеріальне рівняння, до якого входять критерії, складені із досліджених величин.

Література

1. Бандура В.М., Коляновська Л.М. Інтенсифікація екстрагування рослинних олій електромагнітним полем / В.М. Бандура, Л.М. Коляновська // Зб. наук. пр. Одеської національної академії харчових технологій. – Одеса: ОНАХТ, - 2011. - Вип. 39. - Том. 2. – С. 186-190.

2. Коляновська Л.М., Бандура В.М. Вплив електромагнітного поля на екстрагування олії із насіння сої / Л.М. Коляновська, В.М. Бандура // Зб. наук. пр. Вінницького національного аграрного університету – Вінниця: ВНАУ, - 2010. - Вип. 5, т.3 – С. 7-11.

3. Кафаров В.В. Основы массопередачи. – М.: Высшая школа, 1982. – 655 с.